

试卷代号:1080

座位号

--	--

国家开放大学2019年秋季学期期末统一考试

工程数学(本) 试题(半开卷)

2020年1月

题 号	一	二	三	四	总 分
分 数					

得 分	评卷人

一、单项选择题(每小题3分,共15分)

1. 若 $\begin{vmatrix} -1 & 1 & 0 \\ 1 & -2 & 0 \\ 1 & 5 & x-2 \end{vmatrix} = 0$, 则 $x = (\quad)$.
- A. 2
B. 3
C. -3
D. -2
2. 以下结论正确的是().
- A. 方程的个数小于未知量的个数的线性方程组一定有解
B. 方程的个数等于未知量的个数的线性方程组一定有唯一解
C. 方程的个数大于未知量的个数的线性方程组一定有无穷多解
D. 齐次线性方程组一定有解
3. 设 $A = \begin{bmatrix} 1 & 5 \\ 5 & 1 \end{bmatrix}$, 那么 A 的特征值是().
- A. -4, 6
B. 1, 1
C. 1, 5
D. 5, 5
4. 掷两颗均匀的骰子, 事件“点数之和为5”的概率是().
- A. $\frac{1}{36}$
B. $\frac{1}{18}$
C. $\frac{1}{9}$
D. $\frac{1}{12}$

5. 在对单正态总体 $N(\mu, \sigma^2)$ 的假设检验问题中, t 检验法解决的问题是().

- A. 已知方差, 检验均值 B. 未知方差, 检验均值
C. 已知均值, 检验方差 D. 未知均值, 检验方差

得 分	评卷人

二、填空题(每小题 3 分, 共 15 分)

6. 设 $A = \begin{bmatrix} -1 & 2 \end{bmatrix}$, $B = \begin{bmatrix} 2 & -3 \end{bmatrix}$, 则 $A'B =$ _____.

7. 设 A, B 均为 n 阶矩阵, $I - B$ 可逆, 则矩阵方程 $A + BX = X$ 的解 $X =$ _____.

8. 若随机变量 $X \sim N(5, 16)$, 则 $Y =$ _____ $\sim N(0, 1)$.

9. 设随机变量 $X \sim B(n, p)$, 则 $E(X) =$ _____.

10. 若参数 θ 的估计量 $\hat{\theta}$ 满足 $E(\hat{\theta}) = \theta$, 则称 $\hat{\theta}$ 为 θ 的 _____.

得 分	评卷人

三、计算题(每小题 16 分, 共 64 分)

11. 已知 $XA = B$, 其中 $A = \begin{bmatrix} 1 & -3 & 2 \\ 0 & 1 & 1 \\ 1 & -2 & 4 \end{bmatrix}$, $B = \begin{bmatrix} 2 & 0 & -1 \end{bmatrix}$, 求 X .

12. 设齐次线性方程组
$$\begin{cases} x_1 - 3x_2 + x_3 = 0 \\ 2x_1 - 5x_2 + 3x_3 = 0 \\ 3x_1 - 8x_2 + \lambda x_3 = 0 \end{cases}$$
 问当 λ 取何值时方程组有非零解,

并求出全部解.

13. 设 A, B 是两个随机事件, 已知 $P(A) = 0.6$, $P(A + B) = 0.84$, $P(A\bar{B}) = 0.4$, 计算 $P(B)$.

14. 已知某零件的重量服从正态分布, 随机抽取 9 个样品, 重量分别为

18, 17, 20, 16, 17, 18, 19, 18, 19

求零件重量均值的置信区间. (置信度 $1 - \alpha = 0.95$, $t_{0.05}(8) = 2.306$)

得 分	评卷人

四、证明题(本题 6 分)

15. 设随机事件 A, B 相互独立, 试证: $\bar{A}, B$ 也相互独立.

试卷代号:1080

国家开放大学2019年秋季学期期末统一考试

工程数学(本) 试题答案及评分标准(半开卷)

(供参考)

2020年1月

一、单项选择题(每小题3分,共15分)

1. A 2. D 3. A 4. C 5. B

二、填空题(每小题3分,共15分)

6. $\begin{bmatrix} -2 & 3 \\ 4 & -6 \end{bmatrix}$

7. $(I - B)^{-1}A$

8. $\frac{X-5}{4}$

9. np

10. 无偏估计

三、计算题(每小题16分,共64分)

11. 解:利用初等行变换得

$$\begin{aligned} & \begin{bmatrix} 1 & -3 & 2 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & -2 & 4 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \rightarrow \begin{bmatrix} 1 & -3 & 2 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 2 & -1 & 0 & 1 \end{bmatrix} \\ & \rightarrow \begin{bmatrix} 1 & -3 & 2 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & -1 & -1 & 1 \end{bmatrix} \rightarrow \begin{bmatrix} 1 & -3 & 0 & 3 & 2 & -2 \\ 0 & 1 & 0 & 1 & 2 & -1 \\ 0 & 0 & 1 & -1 & -1 & 1 \end{bmatrix} \\ & \rightarrow \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 6 & 8 & -5 \\ 0 & 1 & 0 & 1 & 2 & -1 \\ 0 & 0 & 1 & -1 & -1 & 1 \end{bmatrix} \end{aligned}$$

$$A^{-1} = \begin{bmatrix} 6 & 8 & -5 \\ 1 & 2 & -1 \\ -1 & -1 & 1 \end{bmatrix} \dots\dots\dots 10 \text{ 分}$$

由此得

$$X = BA^{-1} = \begin{bmatrix} 2 & 0 & -1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 6 & 8 & -5 \\ 1 & 2 & -1 \\ -1 & -1 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 13 & 17 & -11 \end{bmatrix} \dots\dots\dots 16 \text{ 分}$$

12. 解:将方程组的系数矩阵化为阶梯形

$$\begin{bmatrix} 1 & -3 & 1 \\ 2 & -5 & 3 \\ 3 & -8 & \lambda \end{bmatrix} \rightarrow \begin{bmatrix} 1 & -3 & 1 \\ 0 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & \lambda-3 \end{bmatrix} \rightarrow \begin{bmatrix} 1 & -3 & 1 \\ 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & \lambda-4 \end{bmatrix} \rightarrow \begin{bmatrix} 1 & 0 & 4 \\ 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & \lambda-4 \end{bmatrix}$$

所以,当 $\lambda \neq 4$ 时方程组有非零解,..... 9 分
且方程组的一般解为

$$\begin{cases} x_1 = -4x_3 \\ x_2 = -x_3 \end{cases}$$

其中 x_3 为自由未知量,

在上式中令自由未知量 $x_3 = 1$,得方程组的一个基础解系

$$X_1 = (-4 \quad -1 \quad 1)' \dots\dots\dots 13 \text{ 分}$$

于是,方程组的全部解为

$$X = k_1 X_1 \text{ (其中 } k_1 \text{ 为任意常数)} \dots\dots\dots 16 \text{ 分}$$

$$13. \text{ 解: } P(AB) = P(A) - P(A\bar{B}) = 0.6 - 0.4 = 0.2 \dots\dots\dots 8 \text{ 分}$$

$$P(B) = P(A+B) + P(AB) - P(A) = 0.84 + 0.2 - 0.6 = 0.44 \dots\dots\dots 16 \text{ 分}$$

$$14. \text{ 解: } \alpha = 0.05, n = 9. \text{ 选用统计量 } t = \frac{\bar{x} - \mu}{s} \sqrt{n} \sim t(n-1),$$

代入样本值计算

$$\bar{x} = \frac{1}{9} \sum_{i=1}^9 x_i = 18, s^2 = \frac{1}{8} \sum_{i=1}^9 (x_i - \bar{x})^2 = 1.5$$

$$\sqrt{\frac{s^2}{9}} = \sqrt{\frac{1.5}{9}} = \frac{1}{\sqrt{6}} \dots\dots\dots 12 \text{ 分}$$

已知 $t_{0.05}(8) = 2.306$

于是,重量的均值 μ 的置信区间为

$$[\bar{x} - t_{0.05}(8) \sqrt{\frac{s^2}{n}}, \bar{x} + t_{0.05}(8) \sqrt{\frac{s^2}{n}}] = [18 - \frac{2.306}{\sqrt{6}}, 18 + \frac{2.306}{\sqrt{6}}] = [17.06, 18.94]$$

..... 16 分

四、证明题(本题 6 分)

15. 证明: $P(\overline{A}B) = P(B) - P(AB) = P(B) - P(A)P(B) = P(B)(1 - P(A))$
 $= P(\overline{A})P(B)$

所以 $\overline{A}, B$ 也相互独立. 证毕. 6 分