

试卷代号:2006

座位号

国家开放大学2019年春季学期期末统一考试

经济数学基础12 试题

2019年7月

题号	一	二	三	四	五	总分
分数						

导数基本公式:

$$(c)' = 0$$

$$(x^a)' = ax^{a-1}$$

$$(a^x)' = a^x \ln a (a > 0 \text{ 且 } a \neq 1)$$

$$(e^x)' = e^x$$

$$(\log_a x)' = \frac{1}{x \ln a}$$

$$(\ln x)' = \frac{1}{x}$$

$$(\sin x)' = \cos x$$

$$(\cos x)' = -\sin x$$

$$(\tan x)' = \frac{1}{\cos^2 x}$$

$$(\cot x)' = -\frac{1}{\sin^2 x}$$

积分基本公式:

$$\int 0 dx = c$$

$$\int x^a dx = \frac{x^{a+1}}{a+1} + c (a \neq -1)$$

$$\int a^x dx = \frac{a^x}{\ln a} + c (a > 0 \text{ 且 } a \neq 1)$$

$$\int e^x dx = e^x + c$$

$$\int \frac{1}{x} dx = \ln |x| + c$$

$$\int \sin x dx = -\cos x + c$$

$$\int \cos x dx = \sin x + c$$

$$\int \frac{1}{\cos^2 x} dx = \tan x + c$$

$$\int \frac{1}{\sin^2 x} dx = -\cot x + c$$

得 分	评卷人

一、单项选择题(每小题 3 分,本题共 15 分)

- 下列函数中为奇函数的是().
 A. $y = x^2 - x$
 B. $y = e^x + e^{-x}$
 C. $y = \ln \frac{x-1}{x+1}$
 D. $y = x \sin x$
- 若函数 $f(\frac{1}{x}) = x$, 则 $f'(x) = ($).
 A. $\frac{1}{x}$
 B. $-\frac{1}{x}$
 C. $\frac{1}{x^2}$
 D. $-\frac{1}{x^2}$
- 下列无穷积分中收敛的是().
 A. $\int_0^{+\infty} e^x dx$
 B. $\int_1^{+\infty} \frac{1}{x^2} dx$
 C. $\int_1^{+\infty} \frac{1}{\sqrt[3]{x}} dx$
 D. $\int_1^{+\infty} \ln x dx$
- 设 A 是 $m \times n$ 矩阵, B 是 $s \times t$ 矩阵, 且 $AC^T B$ 有意义, 则 C 是() 矩阵.
 A. $s \times n$
 B. $n \times s$
 C. $t \times m$
 D. $m \times t$
- 设线性方程组 $AX = b$ 中, 若 $r(\bar{A}) = 4$, $r(A) = 3$, 则该线性方程组().
 A. 有唯一解
 B. 无解
 C. 有非零解
 D. 有无穷多解

得 分	评卷人

二、填空题(每小题 3 分,共 15 分)

- 函数 $f(x) = \begin{cases} x+2, & -5 \leq x < 0 \\ x^2-1, & 0 \leq x < 2 \end{cases}$ 的定义域是_____.
- 函数 $f(x) = \frac{1}{1-e^x}$ 的间断点是_____.
- 若 $\int f(x) dx = F(x) + c$, 则 $\int e^{-x} f(e^{-x}) dx =$ _____.
- 已知 $ad - bc = 1$, 则 $\begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix}^{-1} =$ _____.
- 若 n 元线性方程组 $AX = 0$ 满足 $r(A) < n$, 则该线性方程组_____.

得 分	评卷人

三、微积分计算题(每小题 10 分,共 20 分)

11. 设 $y = \cos x + \ln^3 x$, 求 y' .

12. 计算定积分 $\int_1^e x \ln x dx$.

得 分	评卷人

四、线性代数计算题(每小题 15 分,共 30 分)

13. 已知 $AX = B$, 其中 $A = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 3 & 5 & 7 \\ 5 & 8 & 10 \end{bmatrix}$, $B = \begin{bmatrix} 2 & 3 \\ 5 & 8 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$, 求 X .

14. 当 λ 取何值时,线性方程组

$$\begin{cases} x_1 - x_2 + x_4 = 2 \\ x_1 - 2x_2 + x_3 + 4x_4 = 3 \\ 2x_1 - 3x_2 + x_3 + 5x_4 = \lambda + 2 \end{cases}$$

有解,在有解的情况下求方程组的一般解.

得 分	评卷人

五、应用题(本题 20 分)

15. 已知某产品的边际成本 $C'(x) = 2$ (元/件),固定成本为 0,边际收益 $R'(x) = 12 - 0.02x$,问产量为多少时利润最大? 在最大利润产量的基础上再生产 50 件,利润将会发生什么变化?

试卷代号:2006

国家开放大学2019年春季学期期末统一考试

经济数学基础12 试题答案及评分标准

(供参考)

2019年7月

一、单项选择题(每小题3分,本题共15分)

1. C 2. D 3. B 4. A 5. B

二、填空题(每小题3分,本题共15分)

6. $[-5, 2)$

7. $x = 0$

8. $-F(e^{-x}) + c$

9. $\begin{bmatrix} d & -b \\ -c & a \end{bmatrix}$

10. 有无穷多解(或答:有非零解)

三、微积分计算题(每小题10分,共20分)

11. 解:由导数四则运算法则和导数基本公式得

$$\begin{aligned} y' &= (\cos x + \ln^3 x)' = (\cos x)' + (\ln^3 x)' \\ &= -\sin x + 3 \ln^2 x (\ln x)' \\ &= -\sin x + \frac{3 \ln^2 x}{x} \dots\dots\dots 10 \text{分} \end{aligned}$$

12. 解:由分部积分法得

$$\begin{aligned} \int_1^e x \ln x dx &= \frac{x^2}{2} \ln x \Big|_1^e - \frac{1}{2} \int_1^e x^2 d(\ln x) \\ &= \frac{e^2}{2} - \frac{1}{2} \int_1^e x dx = \frac{e^2}{4} + \frac{1}{4} \dots\dots\dots 10 \text{分} \end{aligned}$$

四、线性代数计算题(每小题 15 分,共 30 分)

13. 解:利用初等行变换得

$$\begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 & 1 & 0 & 0 \\ 3 & 5 & 7 & 0 & 1 & 0 \\ 5 & 8 & 10 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \rightarrow \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & -2 & -3 & 1 & 0 \\ 0 & -2 & -5 & -5 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$\rightarrow \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 2 & 3 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 1 & -2 & 1 \end{bmatrix} \rightarrow \begin{bmatrix} 1 & 2 & 0 & 4 & -6 & 3 \\ 0 & 1 & 0 & 5 & -5 & 2 \\ 0 & 0 & 1 & -1 & 2 & -1 \end{bmatrix}$$

$$\rightarrow \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & -6 & 4 & -1 \\ 0 & 1 & 0 & 5 & -5 & 2 \\ 0 & 0 & 1 & -1 & 2 & -1 \end{bmatrix}$$

$$\text{即 } A^{-1} = \begin{bmatrix} -6 & 4 & -1 \\ 5 & -5 & 2 \\ -1 & 2 & -1 \end{bmatrix} \dots\dots\dots 10 \text{ 分}$$

由矩阵乘法得

$$X = A^{-1}B = \begin{bmatrix} -6 & 4 & -1 \\ 5 & -5 & 2 \\ -1 & 2 & -1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 2 & 3 \\ 5 & 8 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 8 & 13 \\ -15 & -23 \\ 8 & 12 \end{bmatrix} \dots\dots\dots 15 \text{ 分}$$

14. 解:将方程组的增广矩阵化为阶梯形

$$\begin{bmatrix} 1 & -1 & 0 & 1 & 2 \\ 1 & -2 & 1 & 4 & 3 \\ 2 & -3 & 1 & 5 & \lambda+2 \end{bmatrix} \rightarrow \begin{bmatrix} 1 & -1 & 0 & 1 & 2 \\ 0 & -1 & 1 & 3 & 1 \\ 0 & -1 & 1 & 3 & \lambda-2 \end{bmatrix}$$

$$\rightarrow \begin{bmatrix} 1 & -1 & 0 & 1 & 2 \\ 0 & -1 & 1 & 3 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \lambda-3 \end{bmatrix} \rightarrow \begin{bmatrix} 1 & 0 & -1 & -2 & 1 \\ 0 & 1 & -1 & -3 & -1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \lambda-3 \end{bmatrix}$$

由此可知当 $\lambda \neq 3$ 时, 方程组无解。当 $\lambda = 3$ 时, 方程组有解。 10 分

所以一般解为 $\begin{cases} x_1 = x_3 + 2x_4 + 1 \\ x_2 = x_3 + 3x_4 - 1 \end{cases}$ (其中 x_3, x_4 是自由未知量) 15 分

五、应用题(本题 20 分)

15. 解: 因为边际利润

$$L'(x) = R'(x) - C'(x) = 12 - 0.02x - 2 = 10 - 0.02x$$

令 $L'(x) = 0$, 得 $x = 500$

可以验证 $x = 500$ 是利润函数 $L(x)$ 的最大值点。即产量为 500 件时利润最大。 10 分

当产量由 500 件增加至 550 件时, 利润改变量为

$$\Delta L = \int_{500}^{550} (10 - 0.02x) dx = (10x - 0.01x^2) \Big|_{500}^{550} = 500 - 525 = -25 (\text{元})$$

即利润将减少 25 元。 20 分