

试卷代号:2006

座位号

国家开放大学2020年春季学期期末统一考试

经济数学基础 12 试题

2020 年 7 月

题 号	一	二	三	四	五	总 分
分 数						

导数基本公式:

$$(c)' = 0$$

$$(x^a)' = ax^{a-1}$$

$$(a^x)' = a^x \ln a \quad (a > 0 \text{ 且 } a \neq 1)$$

$$(e^x)' = e^x$$

$$(\log_a x)' = \frac{1}{x \ln a} \quad (a > 0 \text{ 且 } a \neq 1)$$

$$(\ln x)' = \frac{1}{x}$$

$$(\sin x)' = \cos x$$

$$(\cos x)' = -\sin x$$

$$(\tan x)' = \frac{1}{\cos^2 x}$$

$$(\cot x)' = -\frac{1}{\sin^2 x}$$

积分基本公式:

$$\int 0 dx = c$$

$$\int x^a dx = \frac{x^{a+1}}{a+1} + c \quad (a \neq -1)$$

$$\int a^x dx = \frac{a^x}{\ln a} + c \quad (a > 0 \text{ 且 } a \neq 1)$$

$$\int e^x dx = e^x + c$$

$$\int \frac{1}{x} dx = \ln |x| + c$$

$$\int \sin x dx = -\cos x + c$$

$$\int \cos x dx = \sin x + c$$

$$\int \frac{1}{\cos^2 x} dx = \tan x + c$$

$$\int \frac{1}{\sin^2 x} dx = -\cot x + c$$

得 分	评卷人

一、单项选择题(每小题 3 分,本题共 15 分)

1. 设 $f(x) = \frac{1}{x}$, 则 $f(f(x)) = (\quad)$.
 A. $\frac{1}{x}$ B. $\frac{1}{x^2}$
 C. x D. x^2
2. 下列函数在指定区间 $(-\infty, +\infty)$ 上单调增加的是 $(\quad)$.
 A. x^3 B. $\cos x$
 C. e^{-x} D. $x^2 + 1$
3. 下列函数中, $(\quad)$ 是 e^{-2x} 的一个原函数.
 A. e^{-2x} B. $-2e^{-2x}$
 C. $\frac{1}{2}e^{-2x}$ D. $-\frac{1}{2}e^{-2x}$
4. 设 A, B 均为 n 阶矩阵, 则等式 $(B-A)^2 = A^2 - 2AB + B^2$ 成立的充分必要条件是 $(\quad)$.
 A. $A=B$ B. $AB=BA$
 C. $A=O$ 或 $B=O$ D. A, B 均为对称矩阵
5. 若线性方程组 $AX=b$ 有唯一解, 则线性方程组 $AX=O$ $(\quad)$.
 A. 只有零解 B. 有非零解
 C. 无解 D. 解不能确定

得 分	评卷人

二、填空题(每小题 3 分,本题共 15 分)

6. 设 $f(x) = \begin{cases} x^2 + 2, & x \neq 0 \\ k, & x = 0 \end{cases}$ 在 $x=0$ 处连续, 则 $k = \underline{\hspace{2cm}}$.
7. 若 $\int f(x)dx = 2^x + 2x + c$, 则 $f(x) = \underline{\hspace{2cm}}$.
8. $\int_{-1}^1 \frac{e^x - e^{-x}}{2} dx = \underline{\hspace{2cm}}$.
9. 设 A, B 均为 n 阶矩阵, 且 A 可逆, 则矩阵方程 $XA=B$ 的解 $X = \underline{\hspace{2cm}}$.
10. 设线性方程组 $\begin{cases} x_1 + x_2 = 0 \\ -x_1 + \lambda x_2 = 0 \end{cases}$ 有非 0 解, 则 $\lambda = \underline{\hspace{2cm}}$.

得 分	评卷人

三、微积分计算题(每小题 10 分,本题共 20 分)

11. 设 $y = e^{2x} + x\sqrt{x}$, 求 y' .

12. 计算定积分 $\int_1^e x \ln x dx$.

得 分	评卷人

四、线性代数计算题(每小题 15 分,本题共 30 分)

13. 设 $A = \begin{bmatrix} -1 & 1 & 3 \\ 1 & -1 & 5 \\ 1 & -2 & -1 \end{bmatrix}$, 求 $(I+A)^{-1}$.

14. 求非齐次线性方程组 $\begin{cases} x_1 + x_2 + x_3 = 3 \\ 3x_1 + x_2 - 3x_3 = 5 \\ 2x_1 + x_2 - x_3 = 4 \end{cases}$ 的一般解.

得 分	评卷人

五、应用题(本题 20 分)

15. 生产某产品的边际成本为 $C'(x) = 8x$ (万元/百台), 边际收入为 $R'(x) = 100 - 2x$ (万元/百台), 其中 x 为产量, 求: ①产量为多少时利润最大; ②在最大利润产量的基础上再生产 2 百台, 利润将会发生什么变化.

试卷代号:2006

国家开放大学2020年春季学期期末统一考试

经济数学基础12 试题答案及评分标准

(供参考)

2020年7月

一、单项选择题(每小题3分,本题共15分)

1. C 2. A 3. D 4. B 5. A

二、填空题(每小题3分,本题共15分)

6. 2
7. $2^x \ln 2 + 2$
8. 0
9. BA^{-1}
10. -1

三、微积分计算题(每小题10分,本题共20分)

11. 解: $y' = (e^{2x})' + (x\sqrt{x})' = e^{2x} \cdot (2x)' + \frac{3}{2}\sqrt{x} = 2e^{2x} + \frac{3}{2}\sqrt{x}$ 10分

12. 解: $\int_1^e x \ln x dx = \frac{1}{2} x^2 \ln x \Big|_1^e - \frac{1}{2} \int_1^e x dx = \frac{e^2}{2} - \frac{1}{4} x^2 \Big|_1^e = \frac{1}{4} (e^2 + 1)$ 10分

四、线性代数计算题(每小题15分,本题共30分)

13. 解: $I + A = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} -1 & 1 & 3 \\ 1 & -1 & 5 \\ 1 & -2 & -1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 3 \\ 1 & 0 & 5 \\ 1 & -2 & 0 \end{bmatrix}$ 3分

$$[I+A \quad I] = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 3 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 5 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & -2 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \rightarrow \begin{bmatrix} 1 & 0 & 5 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 3 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & -2 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$\rightarrow \begin{bmatrix} 1 & 0 & 5 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 3 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & -2 & -5 & 0 & -1 & 1 \end{bmatrix} \rightarrow \begin{bmatrix} 1 & 0 & 5 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 3 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 2 & -1 & 1 \end{bmatrix}$$

$$\rightarrow \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & -10 & 6 & -5 \\ 0 & 1 & 0 & -5 & 3 & -3 \\ 0 & 0 & 1 & 2 & -1 & 1 \end{bmatrix} \quad \dots\dots\dots 12 \text{ 分}$$

因此, $(I+A)^{-1} = \begin{bmatrix} -10 & 6 & -5 \\ -5 & 3 & -3 \\ 2 & -1 & 1 \end{bmatrix}$. \dots\dots\dots 15 \text{ 分}

14. 解:对增广矩阵做初等行变换,可得.

$$\begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & 3 \\ 3 & 1 & -3 & 5 \\ 2 & 1 & -1 & 4 \end{bmatrix} \rightarrow \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & 3 \\ 0 & -2 & -6 & -4 \\ 0 & -1 & -3 & -2 \end{bmatrix} \rightarrow \begin{bmatrix} 1 & 0 & -2 & 1 \\ 0 & 1 & 3 & 2 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad \dots\dots\dots 10 \text{ 分}$$

因此,方程组的一般解为 $\begin{cases} x_1 = 2x_3 + 1 \\ x_2 = -3x_3 + 2 \end{cases}$, 其中 x_3 是自由未知量. \dots\dots\dots 15 \text{ 分}

五、应用题(本题 20 分)

15. 解:①因为边际利润为

$$L'(x) = R'(x) - C'(x) = 100 - 2x - 8x = 100 - 10x$$

令 $L'(x) = 100 - 10x = 0$, 解得唯一驻点 $x = 10$.

又 $L''(x) = -10 < 0$, 所以 $x = 10$ 就是利润函数 $L(x)$ 的极大值, 也是最大值, 因此, 当产量为 10(百台)时可使利润达到最大. \dots\dots\dots 12 \text{ 分}

②在产量为 10(百台)的基础上再生产 2(百台), 利润的改变量为

$$\Delta L = \int_{10}^{12} (100 - 10x) dx = (100x - 5x^2) \Big|_{10}^{12} = -20$$

即利润将减少 20(万元). \dots\dots\dots 20 \text{ 分}