

试卷代号:2006

座位号

国家开放大学(中央广播电视大学)2018 年秋季学期“开放专科”期末考试

经济数学基础 12 试题

2019 年 1 月

题 号	一	二	三	四	五	总 分
分 数						

导数基本公式:

$$(c)' = 0$$

$$(x^a)' = ax^{a-1}$$

$$(a^x)' = a^x \ln a (a > 0 \text{ 且 } a \neq 1)$$

$$(e^x)' = e^x$$

$$(\log_a x)' = \frac{1}{x \ln a}$$

$$(\ln x)' = \frac{1}{x}$$

$$(\sin x)' = \cos x$$

$$(\cos x)' = -\sin x$$

$$(\tan x)' = \frac{1}{\cos^2 x}$$

$$(\cot x)' = -\frac{1}{\sin^2 x}$$

积分基本公式:

$$\int 0 dx = c$$

$$\int x^a dx = \frac{x^{a+1}}{a+1} + c (a \neq -1)$$

$$\int a^x dx = \frac{a^x}{\ln a} + c (a > 0 \text{ 且 } a \neq 1)$$

$$\int e^x dx = e^x + c$$

$$\int \frac{1}{x} dx = \ln |x| + c$$

$$\int \sin x dx = -\cos x + c$$

$$\int \cos x dx = \sin x + c$$

$$\int \frac{1}{\cos^2 x} dx = \tan x + c$$

$$\int \frac{1}{\sin^2 x} dx = -\cot x + c$$

得 分	评卷人

一、单项选择题(每小题 3 分,本题共 15 分)

- 下列结论中,()是正确的.
 - 偶函数的图形关于坐标原点对称
 - 奇函数的图形关于坐标原点对称
 - 基本初等函数都是单调函数
 - 周期函数都是有界函数
- 下列函数在区间 $(-\infty, +\infty)$ 上单调增加的是().
 - $\sin x$
 - x^2
 - e^x
 - $3-x$
- 若 $F(x)$ 是 $f(x)$ 的一个原函数,则下列等式成立的是().
 - $\int_a^x f(x) dx = F(x)$
 - $\int_a^b f'(x) dx = F(b) - F(a)$
 - $\int_a^x f(x) dx = F(x) - F(a)$
 - $\int_a^b F(x) dx = f(b) - f(a)$
- 设 A 为 3×2 矩阵, B 为 2×3 矩阵,则下列运算中()可以进行.
 - AB
 - $A+B$
 - AB^T
 - BA^T
- 若 n 元线性方程组 $AX=0$ 满足 $r(A)=n$,则该线性方程组().
 - 有无穷多解
 - 有唯一解
 - 有非 0 解
 - 无解

得 分	评卷人

二、填空题(每小题 3 分,共 15 分)

- 函数 $f(x) = \frac{\sqrt{x^2-4}}{x-2}$ 的定义域是_____.
- 若函数 $f(x) = \begin{cases} (1+x)^{\frac{1}{x}}, & x < 0 \\ x^2+k, & x \geq 0 \end{cases}$, 在 $x=0$ 处连续,则 $k =$ _____.
- 若 $\ln x$ 是 $f(x)$ 的一个原函数,则 $f(x) =$ _____.
- 若方阵 A 满足_____,则 A 是对称矩阵.
- 线性方程组 $AX=b$ 的增广矩阵 $\bar{A}$ 化成阶梯形矩阵后为

$$\bar{A} \rightarrow \begin{bmatrix} 1 & 2 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 4 & 2 & -1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & d+1 \end{bmatrix}$$
 则当 $d =$ _____时,方程组 $AX=b$ 有无穷多解.

得 分	评卷人

三、微积分计算题(每小题 10 分,共 20 分)

11. 设 $y = \cos 2^x + \ln x$, 求 y' .

12. 计算定积分 $\int_0^{\frac{\pi}{2}} x \sin x dx$.

得 分	评卷人

四、线性代数计算题(每小题 15 分,共 30 分)

13. 设矩阵 $A = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & -1 \\ -1 & 0 & 1 \end{bmatrix}$, 求 $(AA^T)^{-1}$.

14. 求线性方程组

$$\begin{cases} x_1 - 3x_2 - 2x_3 - x_4 = 1 \\ 3x_1 - 8x_2 - 4x_3 - x_4 = 0 \\ -2x_1 + x_2 - 4x_3 + 2x_4 = 1 \\ -x_1 - 2x_2 - 6x_3 + x_4 = 2 \end{cases}$$

的一般解.

得 分	评卷人

五、应用题(本题 20 分)

15. 某厂每天生产某种产品 q 件的成本函数为 $C(q) = 0.5q^2 + 36q + 9800$ (元). 为使平均成本最低, 每天产量应为多少? 此时, 每件产品平均成本为多少?

试卷代号:2006

国家开放大学(中央广播电视大学)2018年秋季学期“开放专科”期末考试

经济数学基础 12 试题答案及评分标准

(供参考)

2019 年 1 月

一、单项选择题(每小题 3 分,本题共 15 分)

1. B
2. C
3. C
4. A
5. B

二、填空题(每小题 3 分,本题共 15 分)

6. $(-\infty, -2] \cup (2, +\infty)$

7. e

8. $\frac{1}{x}$

9. $A = A^T$

10. -1

三、微积分计算题(每小题 10 分,共 20 分)

11. 解:由导数四则运算法则和导数基本公式得

$$y' = (\cos 2^x + \ln x)' = (\cos 2^x)' + (\ln x)'$$
$$= -\sin 2^x (2^x)' + \frac{1}{x}$$
$$= -2^x \ln 2 \sin 2^x + \frac{1}{x} \dots\dots\dots 10 \text{ 分}$$

12. 解:由分部积分法得

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} x \sin x \, dx = -x \cos x \Big|_0^{\frac{\pi}{2}} + \int_0^{\frac{\pi}{2}} \cos x \, dx$$
$$= 0 + \sin x \Big|_0^{\frac{\pi}{2}}$$
$$= 1 \dots\dots\dots 10 \text{ 分}$$

四、线性代数计算题(每小题 15 分,共 30 分)

13. 解:由矩阵乘法和转置运算得

$$AA^T = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & -1 \\ -1 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 1 & -1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & -1 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 1 & -1 \\ 1 & 3 & -2 \\ -1 & -2 & 2 \end{bmatrix} \dots\dots\dots 6 \text{ 分}$$

利用初等行变换得

$$\begin{bmatrix} 1 & 1 & -1 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 3 & -2 & 0 & 1 & 0 \\ -1 & -2 & 2 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \rightarrow \begin{bmatrix} 1 & 1 & -1 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & -1 & -1 & 1 & 0 \\ 0 & -1 & 1 & 1 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$\rightarrow \begin{bmatrix} 1 & 1 & -1 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & -1 & 1 & 1 & 0 & 1 \end{bmatrix} \rightarrow \begin{bmatrix} 1 & 1 & -1 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 1 & 1 & 2 \end{bmatrix}$$

$$\rightarrow \begin{bmatrix} 1 & 1 & 0 & 2 & 1 & 2 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 1 & 1 & 2 \end{bmatrix} \rightarrow \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 2 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 1 & 1 & 2 \end{bmatrix}$$

$$\text{即 } (AA^T)^{-1} = \begin{bmatrix} 2 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 2 \end{bmatrix} \dots\dots\dots 15 \text{ 分}$$

14. 解:将方程组的增广矩阵化为阶梯形

$$\begin{bmatrix} 1 & -3 & -2 & -1 & 1 \\ 3 & -8 & -4 & -1 & 0 \\ -2 & 1 & -4 & 2 & 1 \\ -1 & -2 & -6 & 1 & 2 \end{bmatrix} \rightarrow \begin{bmatrix} 1 & -3 & -2 & -1 & 1 \\ 0 & 1 & 2 & 2 & -3 \\ 0 & -5 & -8 & 0 & 3 \\ 0 & -5 & -8 & 0 & 3 \end{bmatrix}$$

$$\rightarrow \begin{bmatrix} 1 & -3 & -2 & -1 & 1 \\ 0 & 1 & 2 & 2 & -3 \\ 0 & 0 & 2 & 10 & -12 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \rightarrow \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & -15 & 16 \\ 0 & 1 & 0 & -8 & 9 \\ 0 & 0 & 1 & 5 & -6 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \dots\dots\dots 10 \text{ 分}$$

由此得到方程组的一般解

$$\begin{cases} x_1 = 15x_4 + 16 \\ x_2 = 8x_4 + 9 \quad (\text{其中 } x_4 \text{ 是自由未知量}) \dots\dots\dots 15 \text{ 分} \\ x_3 = -5x_4 - 6 \end{cases}$$

五、应用题(本题 20 分)

15. 解: 因为 $\bar{C}(q) = \frac{C(q)}{q} = 0.5q + 36 + \frac{9800}{q} \quad (q > 0)$

$$\bar{C}'(q) = 0.5 - \frac{9800}{q^2}$$

令 $\bar{C}'(q) = 0$, 得 $q_1 = 140, q_2 = -140$ (舍去). $\dots\dots\dots 12 \text{ 分}$

可以验证 $q_1 = 140$ 是平均成本函数 $\bar{C}(q)$ 的最小值点, 即使平均成本最低, 每天产量应为 140 件. 此时的平均成本为

$$\bar{C}(140) = 0.5 \times 140 + 36 + \frac{9800}{140} = 176 \text{ (元 / 件)} \quad \dots\dots\dots 20 \text{ 分}$$