

试卷代号:2006

座位号

国家开放大学(中央广播电视大学)2016年秋季学期“开放专科”期末考试

经济数学基础 12 试题

2017年1月

题号	一	二	三	四	五	总分
分数						

导数基本公式:

$$(c)' = 0$$

$$(x^a)' = ax^{a-1}$$

$$(a^x)' = a^x \ln a (a > 0 \text{ 且 } a \neq 1)$$

$$(e^x)' = e^x$$

$$(\log_a x)' = \frac{1}{x \ln a}$$

$$(\ln x)' = \frac{1}{x}$$

$$(\sin x)' = \cos x$$

$$(\cos x)' = -\sin x$$

$$(\tan x)' = \frac{1}{\cos^2 x}$$

$$(\cot x)' = -\frac{1}{\sin^2 x}$$

积分基本公式:

$$\int 0 dx = c$$

$$\int x^a dx = \frac{x^{a+1}}{a+1} + c (a \neq -1)$$

$$\int a^x dx = \frac{a^x}{\ln a} + c (a > 0 \text{ 且 } a \neq 1)$$

$$\int e^x dx = e^x + c$$

$$\int \frac{1}{x} dx = \ln |x| + c$$

$$\int \sin x dx = -\cos x + c$$

$$\int \cos x dx = \sin x + c$$

$$\int \frac{1}{\cos^2 x} dx = \tan x + c$$

$$\int \frac{1}{\sin^2 x} dx = -\cot x + c$$

得 分	评卷人

一、单项选择题(每小题 3 分,本题共 15 分)

1. 下列函数中,()不是基本初等函数.

A. $y = \left(\frac{1}{2}\right)^x$

B. $y = 2^{\sqrt{10}}$

C. $y = \ln(x - 1)$

D. $y = \sqrt[3]{\frac{1}{x}}$

2. 下列函数在区间 $(-\infty, +\infty)$ 上单调增加的是().

A. $\sin x$

B. e^x

C. x^2

D. $3 - x$

3. 下列等式中错误的是().

A. $e^x dx = d(e^x)$

B. $-\sin x dx = d(\cos x)$

C. $\frac{1}{2\sqrt{x}} dx = d\sqrt{x}$

D. $\ln x dx = d\left(\frac{1}{x}\right)$

4. 设 A 是 $m \times n$ 矩阵, B 是 $s \times t$ 矩阵,且 $AC^T B$ 有意义,则 C 是()矩阵.

A. $s \times n$

B. $n \times s$

C. $t \times m$

D. $m \times t$

5. 线性方程组 $\begin{cases} x_1 + x_2 = 1 \\ x_1 + x_2 = 0 \end{cases}$ 解的情况是().

A. 有唯一解

B. 只有 0 解

C. 有无穷多解

D. 无解

得 分	评卷人

二、填空题(每小题 3 分,共 15 分)

6. 已知生产某种产品的成本函数为 $C(q) = 80 + 2q$, 则当产量 $q = 50$ 时, 该产品的平均成本为_____.

7. 曲线 $y = \sqrt{x}$ 在 $(1, 1)$ 处的切线斜率是_____.

8. 若 $\int f(x)dx = F(x) + c$, 则 $\int e^{-x} f(e^{-x})dx =$ _____.

9. 矩阵 $\begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 2 & 2 & 2 \\ 3 & 3 & 3 \end{bmatrix}$ 的秩为_____.

10. 若 n 元线性方程组 $AX = 0$ 满足 $r(A) < n$, 则该线性方程组_____.

得 分	评卷人

三、微积分计算题(每小题 10 分,共 20 分)

11. 设 $y = 3^x + \cos^5 x$, 求 dy .

12. 计算不定积分 $\int \frac{\sin \frac{1}{x}}{x^2} dx$.

得 分	评卷人

四、线性代数计算题(每小题 15 分,共 30 分)

13. 设矩阵 $A = \begin{bmatrix} 0 & -1 & -3 \\ -2 & -2 & -7 \\ -3 & -4 & -8 \end{bmatrix}$, $B = \begin{bmatrix} 2 & 5 \\ 0 & 1 \\ -3 & 0 \end{bmatrix}$, I 是 3 阶单位矩阵, 求 $(I - A)^{-1}B$.

14. 当 λ 取何值时, 线性方程组

$$\begin{cases} x_1 - x_2 + x_4 = 2 \\ x_1 - 2x_2 + x_3 + 4x_4 = 3 \\ 2x_1 - 3x_2 + x_3 + 5x_4 = \lambda + 2 \end{cases}$$

有解, 在有解的情况下求方程组的一般解.

得 分	评卷人

五、应用题(本题 20 分)

15. 设某产品的固定成本为 36(万元),且边际成本为 $C'(x) = 2x + 40$ (万元/百台). 试求产量由 4 百台增至 6 百台时总成本的增量,及产量为多少时,可使平均成本达到最低.

试卷代号:2006

国家开放大学(中央广播电视大学)2016年秋季学期“开放专科”期末考试

经济数学基础 12 试题答案及评分标准

(供参考)

2017年1月

一、单项选择题(每小题3分,本题共15分)

1. C 2. B 3. D 4. A 5. D

二、填空题(每小题3分,本题共15分)

6. 3.6

7. $\frac{1}{2}$

8. $-F(e^{-x}) + c$

9. 1

10. 有非零解

三、微积分计算题(每小题10分,共20分)

11. 解:由微分四则运算法则和微分基本公式得

$$dy = d(3^x + \cos^5 x) = d(3^x) + d(\cos^5 x)$$

$$= 3^x \ln 3 dx + 5 \cos^4 x d(\cos x)$$

$$= 3^x \ln 3 dx - 5 \sin x \cos^4 x dx$$

$$= -(3^x \ln 3 - 5 \sin x \cos^4 x) dx$$

.....10分

12. 解:由换元积分法得

$$\int \frac{\sin \frac{1}{x}}{x^2} dx = - \int \sin \frac{1}{x} d\left(\frac{1}{x}\right) = \cos \frac{1}{x} + c$$

.....10分

四、线性代数计算题(每小题 15 分,共 30 分)

13. 解:由矩阵减法运算得

$$I - A = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 0 & -1 & -3 \\ -2 & -2 & -7 \\ -3 & -4 & -8 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 3 \\ 2 & 3 & 7 \\ 3 & 4 & 9 \end{bmatrix}$$

利用初等行变换得

$$\begin{aligned} & \begin{bmatrix} 1 & 1 & 3 & 1 & 0 & 0 \\ 2 & 3 & 7 & 0 & 1 & 0 \\ 3 & 4 & 9 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \rightarrow \begin{bmatrix} 1 & 1 & 3 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & -2 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & -3 & 0 & 1 \end{bmatrix} \\ & \rightarrow \begin{bmatrix} 1 & 1 & 3 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & -2 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & -1 & -1 & 1 \end{bmatrix} \rightarrow \begin{bmatrix} 1 & 1 & 0 & -2 & -3 & 3 \\ 0 & 1 & 0 & -3 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 1 & 1 & -1 \end{bmatrix} \\ & \rightarrow \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 1 & -3 & 2 \\ 0 & 1 & 0 & -3 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 1 & 1 & -1 \end{bmatrix} \end{aligned}$$

即 $(I - A)^{-1} = \begin{bmatrix} 1 & -3 & 2 \\ -3 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & -1 \end{bmatrix}$ 10 分

由矩阵乘法运算得

$$(I - A)^{-1}B = \begin{bmatrix} 1 & -3 & 2 \\ -3 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & -1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 2 & 5 \\ 0 & 1 \\ -3 & 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -4 & 2 \\ -9 & -15 \\ 5 & 6 \end{bmatrix}$$
15 分

14. 解:将方程组的增广矩阵化为阶梯形

$$\begin{aligned} & \begin{bmatrix} 1 & -1 & 0 & 1 & 2 \\ 1 & -2 & 1 & 4 & 3 \\ 2 & -3 & 1 & 5 & \lambda + 2 \end{bmatrix} \rightarrow \begin{bmatrix} 1 & -1 & 0 & 1 & 2 \\ 0 & -1 & 1 & 3 & 1 \\ 0 & -1 & 1 & 3 & \lambda - 2 \end{bmatrix} \\ & \rightarrow \begin{bmatrix} 1 & -1 & 0 & 1 & 2 \\ 0 & -1 & 1 & 3 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \lambda - 3 \end{bmatrix} \rightarrow \begin{bmatrix} 1 & 0 & -1 & -2 & 1 \\ 0 & 1 & -1 & -3 & -1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \lambda - 3 \end{bmatrix} \end{aligned}$$

由此可知当 $\lambda \neq 3$ 时,方程组无解。当 $\lambda = 3$ 时,方程组有解。10 分

所以一般解为 $\begin{cases} x_1 = x_3 + 2x_4 + 1 \\ x_2 = x_3 + 3x_4 - 1 \end{cases}$ (其中 x_3, x_4 是自由未知量)15 分

五、应用题(本题 20 分)

15. 解:当产量由 4 百台增至 6 百台时,总成本的增量为

$$\Delta C = \int_4^6 (2x + 40) dx = (x^2 + 40x) \Big|_4^6 = 100(\text{万元}) \quad \dots\dots\dots 10 \text{ 分}$$

$$\begin{aligned} \text{又 } \bar{C}(x) &= \frac{\int_0^x C'(x) dx + c_0}{x} = \frac{x^2 + 40x + 36}{x} \\ &= x + 40 + \frac{36}{x} \end{aligned}$$

令 $\bar{C}'(x) = 1 - \frac{36}{x^2} = 0$, 解得 $x = 6$. 又该问题确实存在使平均成本达到最低的产量, 所以,

当 $x = 6$ 时可使平均成本达到最小. \dots\dots\dots 20 分