

试卷代号:2006

座位号

国家开放大学(中央广播电视大学)2017年秋季学期“开放专科”期末考试

经济数学基础 12 试题

2018 年 1 月

题 号	一	二	三	四	五	总 分
分 数						

导数基本公式:

$$(c)' = 0$$

$$(x^a)' = ax^{a-1}$$

$$(a^x)' = a^x \ln a (a > 0 \text{ 且 } a \neq 1)$$

$$(e^x)' = e^x$$

$$(\log_a x)' = \frac{1}{x \ln a}$$

$$(\ln x)' = \frac{1}{x}$$

$$(\sin x)' = \cos x$$

$$(\cos x)' = -\sin x$$

$$(\tan x)' = \frac{1}{\cos^2 x}$$

$$(\cot x)' = -\frac{1}{\sin^2 x}$$

积分基本公式:

$$\int 0 dx = c$$

$$\int x^a dx = \frac{x^{a+1}}{a+1} + c (a \neq -1)$$

$$\int a^x dx = \frac{a^x}{\ln a} + c (a > 0 \text{ 且 } a \neq 1)$$

$$\int e^x dx = e^x + c$$

$$\int \frac{1}{x} dx = \ln |x| + c$$

$$\int \sin x dx = -\cos x + c$$

$$\int \cos x dx = \sin x + c$$

$$\int \frac{1}{\cos^2 x} dx = \tan x + c$$

$$\int \frac{1}{\sin^2 x} dx = -\cot x + c$$

得 分	评卷人

一、单项选择题(每小题 3 分,本题共 15 分)

1. 下列函数中,()不是基本初等函数.

A. $y = (\frac{1}{2})^x$

B. $y = \ln(x-1)$

C. $y = 2^{\sqrt{10}}$

D. $y = \sqrt[3]{\frac{1}{x}}$

2. 设需求量 q 对价格 p 的函数为 $q(p) = 3 - 2\sqrt{p}$, 则需求弹性为 $E_p = ()$.

A. $\frac{\sqrt{p}}{3 - 2\sqrt{p}}$

B. $\frac{3 - 2\sqrt{p}}{\sqrt{p}}$

C. $-\frac{3 - 2\sqrt{p}}{\sqrt{p}}$

D. $\frac{-\sqrt{p}}{3 - 2\sqrt{p}}$

3. 下列等式中正确的是().

A. $\sin x dx = d(-\cos x)$

B. $e^{-x} dx = d(e^{-x})$

C. $x^3 dx = d(3x^2)$

D. $-\frac{1}{x} dx = d(\frac{1}{x^2})$

4. 设 A 是 $n \times s$ 矩阵, B 是 $m \times s$ 矩阵, 则下列运算中有意义的是().

A. BA

B. AB^T

C. AB

D. $A^T B$

5. 设线性方程组 $AX = b$ 中, 若秩($\bar{A}$) = 4, 秩(A) = 3, 则该线性方程组().

A. 有唯一解

B. 无解

C. 有非零解

D. 有无穷多解

得 分	评卷人

二、填空题(每小题 3 分,共 15 分)

6. 函数 $f(x) = \frac{1}{\ln(x+2)} + \sqrt{4-x}$ 的定义域是_____.

7. 已知 $f(x) = 1 - \frac{\sin x}{x}$, 当 $x \rightarrow$ _____ 时, $f(x)$ 为无穷小量.

8. $\int_{-1}^1 (x \cos x + 1) dx =$ _____.

9. 若方阵 A 满足_____, 则 A 是对称矩阵.

10. 若线性方程组 $\begin{cases} x_1 - x_2 = 0 \\ x_1 + \lambda x_2 = 0 \end{cases}$ 有非零解, 则 $\lambda =$ _____.

得 分	评卷人

三、微积分计算题(每小题 10 分,共 20 分)

11. 设 $y = x^5 + e^{\sin x}$, 求 dy .

12. 计算定积分 $\int_0^{\frac{\pi}{2}} x \sin x dx$.

得 分	评卷人

四、线性代数计算题(每小题 15 分,共 30 分)

13. 设矩阵 $A = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \\ -1 & 2 \end{bmatrix}$, $B = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 1 \\ 1 & 2 \end{bmatrix}$, 求 $(B^T A)^{-1}$.

14. 求线性方程组

$$\begin{cases} x_1 - 3x_2 + x_3 - x_4 = 1 \\ -2x_1 + 7x_2 - 2x_3 + x_4 = -2 \\ x_1 - 4x_2 + 3x_3 + 2x_4 = 1 \\ 2x_1 - 4x_2 + 8x_3 + 2x_4 = 2 \end{cases}$$

的一般解.

得 分	评卷人

五、应用题(本题 20 分)

15. 已知某产品的边际成本 $C'(x) = 2$ (元/件), 固定成本为 0, 边际收益 $R'(x) = 12 - 0.02x$, 问产量为多少时利润最大? 在最大利润产量的基础上再生产 50 件, 利润将会发生什么变化?

试卷代号:2006

国家开放大学(中央广播电视大学)2017年秋季学期“开放专科”期末考试

经济数学基础 12 试题答案及评分标准

(供参考)

2018年1月

一、单项选择题(每小题3分,本题共15分)

1. B 2. D 3. A 4. B 5. B

二、填空题(每小题3分,本题共15分)

6. $(-2, -1) \cup (-1, 4]$

7. 0

8. 2

9. $A = A^T$

10. -1

三、微积分计算题(每小题10分,共20分)

11. 解:由微分四则运算法则和微分基本公式得

$$dy = d(x^5 + e^{\sin x}) = d(x^5) + d(e^{\sin x})$$

$$= 5x^4 dx + e^{\sin x} d(\sin x)$$

$$= 5x^4 dx + e^{\sin x} \cos x dx$$

$$= (5x^4 + e^{\sin x} \cos x) dx$$

.....10分

12. 解:由分部积分法得

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} x \sin x dx = -x \cos x \Big|_0^{\frac{\pi}{2}} + \int_0^{\frac{\pi}{2}} \cos x dx$$

$$= 0 + \sin x \Big|_0^{\frac{\pi}{2}}$$

$$= 1$$

.....10分

四、线性代数计算题(每小题 15 分,共 30 分)

13. 解: 因为

$$B^T A = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \\ -1 & 2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -1 & 2 \\ -1 & 3 \end{bmatrix} \quad \dots\dots\dots 8 \text{ 分}$$

所以由公式可得

$$(B^T A)^{-1} = \frac{1}{(-1) \times 3 - 2 \times (-1)} \begin{bmatrix} 3 & -2 \\ 1 & -1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -3 & 2 \\ -1 & 1 \end{bmatrix} \quad \dots\dots\dots 15 \text{ 分}$$

14. 解: 将方程组的增广矩阵化为阶梯形

$$\begin{bmatrix} 1 & -3 & 1 & -1 & 1 \\ -2 & 7 & -2 & 1 & -2 \\ 1 & -4 & 3 & 2 & 1 \\ 2 & -4 & 8 & 2 & 2 \end{bmatrix} \rightarrow \begin{bmatrix} 1 & -3 & 1 & -1 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & -1 & 2 & 3 & 0 \\ 0 & 2 & 6 & 4 & 0 \end{bmatrix}$$

$$\rightarrow \begin{bmatrix} 1 & -3 & 1 & -1 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 2 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 6 & 6 & 0 \end{bmatrix} \rightarrow \begin{bmatrix} 1 & -3 & 1 & -1 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 2 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad \dots\dots\dots 12 \text{ 分}$$

方程组的一般解为

$$\begin{cases} x_1 = 1 + 5x_4 \\ x_2 = x_4 \\ x_3 = -x_4 \end{cases} \quad (\text{其中 } x_4 \text{ 为自由未知量}) \quad \dots\dots\dots 15 \text{ 分}$$

五、应用题(本题 20 分)

15. 解: 因为边际利润

$$L'(x) = R'(x) - C'(x) = 12 - 0.02x - 2 = 10 - 0.02x$$

令 $L'(x) = 0$, 得 $x = 500$

$x = 500$ 是惟一驻点, 而该问题确实存在最大值. 即产量为 500 件时利润最大. $\dots\dots\dots 10 \text{ 分}$

当产量由 500 件增加至 550 件时, 利润改变量为

$$\Delta L = \int_{500}^{550} (10 - 0.02x) dx = (10x - 0.01x^2) \Big|_{500}^{550} = 500 - 525 = -25 (\text{元})$$

即利润将减少 25 元. $\dots\dots\dots 20 \text{ 分}$