

试卷代号:2006

座位号

国家开放大学(中央广播电视大学)2016年春季学期“开放专科”期末考试

经济数学基础 12 试题

2016年7月

题号	一	二	三	四	五	总分
分数						

附表

导数基本公式:

$$(c)' = 0$$

$$(x^a)' = ax^{a-1}$$

$$(a^x)' = a^x \ln a \quad (a > 0 \text{ 且 } a \neq 1)$$

$$(e^x)' = e^x$$

$$(\log_a x)' = \frac{1}{x \ln a} \quad (a > 0 \text{ 且 } a \neq 1)$$

$$(\ln x)' = \frac{1}{x}$$

$$(\sin x)' = \cos x$$

$$(\cos x)' = -\sin x$$

$$(\tan x)' = \frac{1}{\cos^2 x}$$

$$(\cot x)' = -\frac{1}{\sin^2 x}$$

积分基本公式:

$$\int 0 dx = c$$

$$\int x^a dx = \frac{x^{a+1}}{a+1} + c \quad (a \neq -1)$$

$$\int a^x dx = \frac{a^x}{\ln a} + c \quad (a > 0 \text{ 且 } a \neq 1)$$

$$\int e^x dx = e^x + c$$

$$\int \frac{1}{x} dx = \ln |x| + c$$

$$\int \sin x dx = -\cos x + c$$

$$\int \cos x dx = \sin x + c$$

$$\int \frac{1}{\cos^2 x} dx = \tan x + c$$

$$\int \frac{1}{\sin^2 x} dx = -\cot x + c$$

得 分	评卷人

一、单项选择题(每小题 3 分,共 15 分)

1. 下列各函数对中,两个函数相等的是().

A. $f(x) = \sin^2 x + \cos^2 x, g(x) = 1$

B. $f(x) = \frac{x^2 - 1}{x - 1}, g(x) = x + 1$

C. $f(x) = \ln x^2, g(x) = 2 \ln x$

D. $f(x) = (\sqrt{x})^2, g(x) = x$

2. 设需求量 q 对价格 p 的函数为 $q(p) = 5 - 2\sqrt{p}$, 则需求弹性为 $E_p = ()$.

A. $\frac{\sqrt{p}}{5 - 2\sqrt{p}}$

B. $\frac{5 - 2\sqrt{p}}{\sqrt{p}}$

C. $-\frac{5 - 2\sqrt{p}}{\sqrt{p}}$

D. $\frac{-\sqrt{p}}{5 - 2\sqrt{p}}$

3. 下列等式正确的是().

A. $e^{-x} dx = d(e^{-x})$

B. $-\sin x dx = d(\cos x)$

C. $\frac{1}{\sqrt{x}} dx = d\sqrt{x}$

D. $\ln x dx = d\left(\frac{1}{x}\right)$

4. 设下面矩阵 A, B, C 能进行乘法运算,那么()成立.

A. $AB = AC, A \neq O$, 则 $B = C$

B. $AB = AC, A$ 可逆, 则 $B = C$

C. A 可逆, 则 $AB = BA$

D. $AB = O$, 则有 $A = O$, 或 $B = O$

5. 设线性方程组 $AX = b$ 有唯一解, 则相应的齐次方程组 $AX = O$ ().

A. 无解

B. 有非零解

C. 只有零解

D. 解不能确定

得 分	评卷人

二、填空题(每小题 3 分,共 15 分)

6. 若函数 $f(x+1)=x^2+2x-5$, 则 $f(x)=$ _____.

7. 已知 $f(x)=\begin{cases} \frac{x^2-1}{x-1} & x \neq 1 \\ a & x = 1 \end{cases}$, 若 $f(x)$ 在 $x=1$ 处连续, 则 $a=$ _____.

8. $\frac{d}{dx} \int_1^e \ln(1+x^2) dx =$ _____.

9. 设 A 是 n 阶可逆矩阵, k 是不为 0 的常数, 则 $(kA)^{-1}=$ _____.

10. 设线性方程组 $\begin{cases} x_1 - x_2 = 0 \\ x_1 + \lambda x_2 = 0 \end{cases}$ 有非 0 解, 则 $\lambda =$ _____.

得 分	评卷人

三、微积分计算题(每小题 10 分,共 20 分)

11. 设 $y = \ln^2 x + e^{-3x}$, 求 dy .

12. 计算积分 $\int_0^{\frac{\pi}{2}} x \cos 2x dx$.

得 分	评卷人

四、线性代数计算题(每小题 15 分,共 30 分)

13. 设矩阵 $A = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 1 \\ 1 & 2 \end{bmatrix}$, $B = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \\ -1 & 2 \end{bmatrix}$, 计算 $(A^T B)^{-1}$.

14. 求线性方程组 $\begin{cases} x_1 + 2x_3 = -1 \\ -x_1 + x_2 - 3x_3 = 2 \\ 2x_1 - x_2 + 5x_3 = -3 \end{cases}$ 的一般解.

得 分	评卷人

五、应用题(本题 20 分)

15. 已知某产品的边际成本为 $C'(x) = 6x - 4$ (万元/百台), x 为产量(百台), 固定成本为 27 (万元), 求最低平均成本.

试卷代号:2006

国家开放大学(中央广播电视大学)2016年春季学期“开放专科”期末考试

经济数学基础 12 试题答案及评分标准

(供参考)

2016年7月

一、单项选择题(每小题3分,共15分)

1. A 2. D 3. B 4. B 5. C

二、填空题(每小题3分,共15分)

6. $x^2 - 6$

7. 2

8. 0

9. $\frac{1}{k}A^{-1}$

10. -1

三、微积分计算题(每小题10分,共20分)

11. 解: 因为 $y' = 2\ln x (\ln x)' - 3e^{-3x} = \frac{2 \ln x}{x} - 3e^{-3x}$ 8分

所以 $dy = (\frac{2 \ln x}{x} - 3e^{-3x}) dx$ 10分

12. 解: $\int_0^{\frac{\pi}{2}} x \cos 2x dx = \frac{1}{2} x \sin 2x \Big|_0^{\frac{\pi}{2}} - \frac{1}{2} \int_0^{\frac{\pi}{2}} \sin 2x dx$
 $= \frac{1}{4} \cos 2x \Big|_0^{\frac{\pi}{2}} = -\frac{1}{2}$ 10分

四、线性代数计算题(每小题15分,共30分)

13. 解: 因为 $A^T B = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \\ -1 & 2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -1 & 2 \\ -1 & 3 \end{bmatrix}$ 5分

所以由公式得 $(A^T B)^{-1} = \frac{1}{(-1) \times 3 - 2 \times (-1)} \begin{bmatrix} 3 & -2 \\ 1 & -1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -3 & 2 \\ -1 & 1 \end{bmatrix}$ 15分

14. 解 因为增广矩阵

$$\bar{A} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 2 & -1 \\ -1 & 1 & -3 & 2 \\ 2 & -1 & 5 & -3 \end{bmatrix} \rightarrow \begin{bmatrix} 1 & 0 & 2 & -1 \\ 0 & 1 & -1 & 1 \\ 0 & -1 & 1 & -1 \end{bmatrix} \rightarrow \begin{bmatrix} 1 & 0 & 2 & -1 \\ 0 & 1 & -1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad 12分$$

所以一般解为:

$$\begin{cases} x_1 = -2x_3 - 1 \\ x_2 = x_3 + 1 \end{cases} \quad (\text{其中 } x_3 \text{ 为自由未知量}) \quad 15分$$

五、应用题(本题 20 分)

15. 解: 因为总成本函数为

$$C(x) = \int (6x - 4) dx = 3x^2 - 4x + c$$

当 $x=0$ 时, $C(0)=27$, 得 $c=27$, 即

$$C(x) = 3x^2 - 4x + 27 \quad 10分$$

又平均成本函数为

$$\bar{C}(x) = \frac{C(x)}{x} = 3x - 4 + \frac{27}{x} \quad 13分$$

$$\text{令 } \bar{C}'(x) = 3 - \frac{27}{x^2} = 0, \text{ 解得 } x = 3 \text{ (百台)}$$

该问题确实存在使平均成本最低的产量. 所以当 $x=3$ 时, 平均成本最低. 最底平均成本为

$$C(3) = 3 \times 3 - 4 + \frac{27}{3} = 14 \text{ (万元/百台)} \quad 20分$$