

# 2018--2019 学年度第二学期期末

## 高一年级数学试卷

命题人:尚萍      审核人:邵福生 赵锦

注意事项:

- 1.答题前,考生务必将自己的姓名、座位号填写在答题卡相应的位置。
- 2.全部答案在答题卡上完成,答在本试题上无效。
- 3.考试结束后,将本试题留存备用,答题卡交回。

一、选择题(每小题 4 分,共 48 分,在每小题给出的四个答案中,只有一项是符合题目要求的)

1.  $\sin 15^\circ = ( \quad )$

- A.  $\frac{1}{4}$       B.  $\frac{\sqrt{3}}{4}$       C.  $\frac{\sqrt{6}-\sqrt{2}}{4}$       D.  $\frac{\sqrt{6}+\sqrt{2}}{4}$

2. 若  $\tan(\pi+x) = -3$ , 则  $\frac{1}{\cos^2 x + \sin 2x}$  的值是 ( )

- A.  $\frac{1}{3}$       B.  $-3$       C.  $\frac{1}{2}$       D.  $-2$

3. 已知  $\sin(\alpha - \beta)\cos\alpha - \cos(\alpha - \beta)\sin\alpha = \frac{3}{5}$ , 那么  $\cos 2\beta$  的值为 ( )

- A.  $\frac{7}{25}$       B.  $\frac{18}{25}$       C.  $-\frac{7}{25}$       D.  $-\frac{18}{25}$

4. 函数  $y = \sin(x + \frac{\pi}{4}) + \cos(\frac{\pi}{4} - x)$  的最大值为 ( )

- A. 2      B.  $\sqrt{3}$       C.  $\sqrt{2}$       D. 1

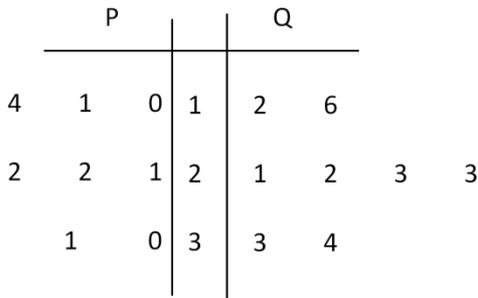
5. 已知  $\tan\theta = 3$ , 则  $\frac{\sin(\frac{3\pi}{2} + \theta) + 2\cos(\pi + \theta)}{\sin(\frac{\pi}{2} - \theta) - \sin(\pi - \theta)}$  等于 ( )

- A.  $-\frac{3}{2}$       B.  $\frac{3}{2}$       C. 0      D.  $\frac{2}{3}$

6. 某单位有老年人 27 人, 中年人 54 人, 青年人 81 人, 为了调查他们的身体状况的某项指标, 需从他们中取一个容量为 36 的样本, 则老年人、中年人、青年人依次抽取的人数是 ( )

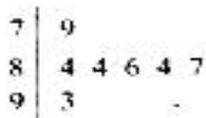
- A. 7, 11, 19    B. 7, 12, 17    C. 6, 13, 17    D. 6, 12, 18

7. 从某工厂生产的 P, Q 两种型号的玻璃中分别随机抽取 8 个样品进行检查, 对其硬度系数进行统计, 统计数据用茎叶图表示 (如图所示), 则 P 型号样本数据的中位数和 Q 型号样本数据的众数分别是 ( )



- A. 21.5 和 23    B. 22 和 23    C. 22 和 22    D. 21.5 和 22.5

8. 如图是 2017 年某校在元旦文艺晚会上, 七位评委为某同学舞蹈打出的分数的茎叶图, 去掉一个最高分和一个最低分后, 所剩数据的平均数和方差分别为 ( )



- A. 84, 4.84    B. 84, 1.6    C. 85, 1.6    D. 85, 4

9. PM<sub>2.5</sub> 是指空气中直径小于或等于 2.5 微米的颗粒物 (也称可入肺颗粒物), 为了探究车流量与 PM<sub>2.5</sub> 的浓度是否相关, 现采集到某城市周一至周五某时间段车流量与 PM<sub>2.5</sub> 浓度的数据如下表:

时间	周一	周二	周三	周四	周五
车流量 $x$ (万辆)	100	102	108	114	116
浓度 $y$ (微克)	78	80	84	88	90

根据上表数据, 用最小二乘法求出  $y$  与  $x$  的线性回归方程是 ( )

参考数据:  $\bar{x} = 108, \bar{y} = 84;$

- A.  $\hat{y} = 0.62x + 7.24$     B.  $\hat{y} = 0.72x + 6.24$     C.  $\hat{y} = 0.71x + 6.14$     D.  $\hat{y} = 0.62x + 6.24$

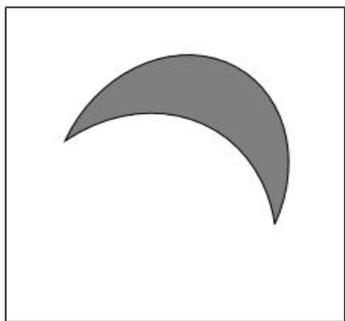
10. 一个盒子中装有红、黄、蓝三种颜色的球各 5 个, 从中任取 3 个球. 事件甲: 3 个球都不是红球; 事件乙: 3 个球不都是红球; 事件丙: 3 个球都是红球; 事件丁: 3 个球中至少有 1 个红球, 则下列选项中两个事件互斥而不对立的是 ( )

- A. 甲和乙    B. 甲和丙    C. 乙和丙    D. 乙和丁

11. 甲、乙两校各有 2 名教师报名支教，若从这 4 名教师中任选 2 名，选出的 2 名教师来自同一学校的概率为 ( )

- A.  $\frac{1}{6}$     B.  $\frac{1}{3}$     C.  $\frac{1}{2}$     D.  $\frac{2}{3}$

12. 已知在边长为 2 的正方形内，有一月牙形图形，向正方形内随机地投射 100 个点，恰好有 15 个点落在了月牙形图形内，则该月牙形图形的面积大约是 ( )



- A. 3.4    B. 0.3    C. 0.6    D. 0.15

二. 填空题 (本题共 5 小题，每小题 4 分，共 20 分)

13. 求值:  $\frac{1}{\sin 10^\circ} - \frac{\sqrt{3}}{\sin 80^\circ} = \underline{\hspace{2cm}}$ .

14. 在  $\triangle ABC$  中,  $\tan A, \tan B$  是方程  $3x^2 + 8x - 1 = 0$  的两根, 则  $\tan C = \underline{\hspace{2cm}}$

15. 若某公司从五位大学毕业生甲、乙、丙、丁、戊中录用三人, 这五人被录用的机会均等, 则甲或乙被录用的概率为  $\underline{\hspace{2cm}}$ .

16. 某天有 10 名工人生产同一零部件, 生产的件数分别是: 15、17、14、10、15、17、17、16、14、12, 设其平均数为  $a$ , 中位数为  $b$ , 众数为  $c$ , 则  $a, b, c$  从小到大的关系依次是  $\underline{\hspace{2cm}}$

17. 在区间  $[-3, 5]$  上随机取一个实数  $a$ , 则使函数  $f(x) = x^2 + 4x + a$  无零点的概率为  $\underline{\hspace{2cm}}$ .

三. 解答题 (本题共 3 小题, 共 32 分, 解答应写出必要的文字说明、证明过程或演算步骤)

18. 已知函数  $f(x) = A \sin(x + \frac{\pi}{4}) (x \in R)$ , 且  $f(0) = 1$ .

(1) 求  $A$  的值;

(2) 若  $f(\alpha) = -\frac{1}{5}$ ,  $\alpha$  是第二象限角, 求  $\cos\alpha$ .

19. 某种产品的广告费支出  $x$  与销售额  $y$  (单位: 万元) 具有较强的相关性, 且两者之间有如下对应数据:

$x$	2	4	5	6	8
$y$	28	36	52	56	78

(1) 求  $y$  关于  $x$  的线性回归方程  $\hat{y} = \hat{b}x + \hat{a}$ ;

(2) 根据 (1) 中的线性回归方程, 当广告费支出为 10 万元时, 预测销售额是多少?

参考数据:  $\sum_{i=1}^5 x_i^2 = 145$ ,  $\sum_{i=1}^5 y_i^2 = 14004$ ,  $\sum_{i=1}^5 x_i y_i = 1420$ .

附: 回归方程  $\hat{y} = \hat{b}x + \hat{a}$  中斜率和截距的最小二乘估计公式分别为:

$$\hat{b} = \frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})(y_i - \bar{y})}{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2} = \frac{\sum_{i=1}^n x_i y_i - n\bar{x}\bar{y}}{\sum_{i=1}^n x_i^2 - n\bar{x}^2}, \quad \hat{a} = \bar{y} - \hat{b}\bar{x}.$$

20. 某高校在 2015 年的自主招生考试成绩中随机抽取 40 名学生的笔试成绩, 按成绩共分成五组: 第 1 组  $[75, 80)$ , 第 2 组  $[80, 85)$ , 第 3 组  $[85, 90)$ , 第 4 组  $[90, 95)$ , 第 5 组  $[95, 100]$ , 得到的频率分布直方图如图所示, 同时规定成绩在 85 分以上 (含 85 分) 的学生为“优秀”, 成绩小于 85 分的学生为“良好”, 且只有成绩为“优秀”的学生才能获得面试资格.

(1) 求出第 4 组的频率, 并补全频率分布直方图;

(2) 根据样本频率分布直方图估计样本的中位数;

(3) 如果用分层抽样的方法从“优秀”和“良好”的学生中选出 5 人, 再从这 5 人中选 2 人, 那么至少有一人是“优秀”的概率是多少?

