

西安市第七十一中学

2019-2020 学年度第一学期期中考试

高二年级数学试卷

命题人: 赵锦

审核人: 邵福生 尚萍

一、单选题 (每小题 3 分, 共 36 分)

1. 已知 $\{a_n\}$ 为等差数列, $a_1 + a_3 + a_5 = 105$, $a_2 + a_4 + a_6 = 99$, 则 a_{20} 等于 ()

- A. 7 B. 3 C. -1 D. 1

2. 不等式 $\frac{x^2 - x - 6}{x - 1} > 0$ 的解集为 ()

- A.
- $\{x | x < -2, \text{ 或 } x > 3\}$
- B.
- $\{x | x < -2, \text{ 或 } 1 < x < 3\}$

- C.
- $\{x | -2 < x < 1, \text{ 或 } x > 3\}$
- D.
- $\{x | -2 < x < 1, \text{ 或 } 1 < x < 3\}$

3. 在下列函数中, 最小值是 2 的函数是 ()

- A.
- $f(x) = x + \frac{1}{x}$
- B.
- $y = \cos x + \frac{1}{\cos x} \left(0 < x < \frac{\pi}{2} \right)$

- C.
- $f(x) = \frac{x^2 + 3}{\sqrt{x^2 + 3}}$
- D.
- $f(x) = e^x + \frac{4}{e^x} - 2$

4. 已知 $a > 0$, $b > 0$, 且 $2a + 3b = 1$, 则 $\frac{2}{a} + \frac{3}{b}$ 的最小值为 ()

- A. 24 B. 25 C. 26 D. 27

5. 已知 a, b 为非零实数, 且 $a < b$, 则下列命题成立的是

- A.
- $a^2 < b^2$
- B.
- $ab^2 < a^2b$
- C.
- $\frac{1}{ab^2} < \frac{1}{a^2b}$
- D.
- $\frac{b}{a} < \frac{a}{b}$

6. 古代数学著作《九章算术》有如下问题: “今有女子善织, 日自倍, 五日织五尺, 问日织几何?”意思是: “一女子善于织布, 每天织的布都是前一天的 2 倍, 已知她 5 天共织布 5 尺, 问这女子每天分别织布多少?”根据上题的已知条件, 该女子第二天织布多少尺? ()

- A.
- $\frac{5}{31}$
- B.
- $\frac{10}{31}$
- C. 9 D. 10

7. 已知等差数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和为 S_n , 且 $a_4 = 10$, 则 $S_7 =$ ()

- A. 140 B. 70 C. 35 D. $\frac{35}{2}$

8. 在 $\triangle ABC$ 中, $b = c \cdot \cos A$, 则 $\triangle ABC$ 的形状为

- A. 等边三角形 B. 等腰三角形或直角三角形
C. 直角三角形 D. 等腰直角三角形

9. 已知两座灯塔 A 和 B 与海洋观察站 C 的距离都等于 5 km , 灯塔 A 在观察站 C 的北偏东 20° , 灯塔 B 在观察站 C 的南偏东 40° , 则灯塔 A 与灯塔 B 的距离为 ()

- A. $5\sqrt{2}\text{ km}$ B. $5\sqrt{3}\text{ km}$ C. 5 km D. 10 km

10. $\triangle ABC$ 的内角 A, B, C 的对边分别为 a, b, c , 若 $b^2 + c^2 - a^2 = \sqrt{3}bc$, 则 $A =$ ()

- A. $\frac{\pi}{6}$ B. $\frac{5\pi}{6}$ C. $\frac{\pi}{3}$ D. $\frac{2\pi}{3}$

11. 数列 $\{a_n\}$ 中, $a_{n+1} = 2a_n + 1$, $a_1 = 1$, 则 $a_6 =$ ()

- A. 32 B. 62 C. 63 D. 64

12. 在 $\triangle ABC$ 中, 角 A, B, C 的对边分别为 a, b, c , 已知 $2b = c \cos B + b \cos C$, 则 $\frac{a}{b} =$

- A. 1 B. 2 C. 3 D. 4

二、填空题 (每小题 4 分, 共 16 分)

13. 设 S_n 为等差数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和, $a_1 = 3$, $S_3 = 18$, 则其通项公式 $a_n =$ _____.

14. 在等比数列 $\{a_n\}$ 中, $4a_1, 2a_4, a_7$ 成等差数列, 则 $\frac{a_3 + a_5}{a_{11} + a_9} =$ _____.

15. 已知关于 x 的不等式 $ax^2 - x + c < 0$ 的解集为 $\{x | -1 < x < 2\}$, 则 $a + c$ 等于 _____

16. 在 $\triangle ABC$ 中, 角 A, B, C 的对边分别为 a, b, c , 若 $\cos B = \frac{1}{3}$, $b = 4$, $S_{\triangle ABC} = 4\sqrt{2}$, 则 $\triangle ABC$ 的周长为 _____.

三、解答题 (共 48 分)

17. (10 分) 若函数 $f(x) = \sqrt{kx^2 - 6kx + (k+8)}$ 的定义域为 R , 求实数 k 的取值范围.

18. (12 分) 已知公差为零的等差数列 $\{a_n\}$ 满足 $S_5 = 35$, 且 a_2, a_7, a_{22} 成等比数列.

(1) 求数列 $\{a_n\}$ 的通项公式;

(2) 若 $b_n = \frac{4}{(a_n - 1)(a_n + 3)}$, 且数列 $\{b_n\}$ 的前 n 项和为 T_n , 求证: $T_n < \frac{3}{4}$.

19. (12分) 某公司利用 A、B 两种原料生产甲、乙两种产品, 每生产 1 吨产品所需要的原料及利润如下表所示:

	A 种原料 (单位: 吨)	B 种原料 (单位: 吨)	利润 (单位: 万元)
甲种产品	1	2	3
乙种产品	2	1	4

公司在生产这两种产品的计划中, 要求每种产品每天消耗 A、B 原料都不超过 12 吨。求每天生产甲、乙两种产品各多少吨, 使公司获得总利润最大? 最大利润是多少?

20. (14分) 已知 a, b, c 分别是 $\triangle ABC$ 内角 A, B, C 的对边, $a = 2b$, $\cos A = \frac{1}{4}$.

(1) 求 $\sin B$ 的值;

(2) 若 $\triangle ABC$ 的面积为 $\sqrt{15}$, 求 c 的值.