

西安市第七十一中学

2019-2020 学年度第一学期期末考试

高二年级数学(理)试卷

命题人: 赵锦

审核人: 邵福生 尚萍

一、单选题(每小题3分,共36分)

1. 命题“若 $x^2 + y^2 = 0$, 则 $x = 0, y = 0$ ”的否命题为()A. 若 $x^2 + y^2 = 0$, 则 $x \neq 0, y \neq 0$ B. 若 $x^2 + y^2 = 0$, 则 $x \neq 0$ 或 $y \neq 0$ C. 若 $x^2 + y^2 \neq 0$, 则 $x = 0, y = 0$ D. 若 $x^2 + y^2 \neq 0$, 则 $x \neq 0$ 或 $y \neq 0$ 2. 已知 $x, y \in \mathbf{R}$, 给出命题: “ $x, y \in \mathbf{R}$, 若 $x^2 + y^2 = 0$, 则 $x = y = 0$ ”, 则它的逆命题、否命题、逆否命题中, 真命题的个数是()

A. 0个

B. 1个

C. 2个

D. 3个

3. “ $a = 1$ ”是“直线 $l_1: ax + 2y - 1 = 0$ 与 $l_2: x + (a + 1)y + 6 = 0$ 平行”的()条件

A. 充分非必要

B. 必要非充分

C. 充要

D. 既非充分又非必要

4. “直线与抛物线的对称轴平行”是“直线与抛物线仅有一个公共点”的()

A. 充分非必要条件

B. 必要非充分条件

C. 充要条件

D. 非充分非必要条件

5. “ $0 < k < 1$ ”是“方程 $\frac{x^2}{2} - \frac{y^2}{k} = 1$ 表示双曲线”的()

A. 充分不必要条件

B. 必要不充分条件

C. 充要条件

D. 既不充分也不必要条件

6. 若命题 $p: \forall x \in \mathbf{R}, f(x) = x^2 + x \geq 0$; 命题 $q: \exists x \in \mathbf{R}, x^3 + x^2 - 2 = 0$, 则下列为真命题的是()A. $\neg p \wedge q$ B. $p \wedge \neg q$ C. $p \wedge q$ D. $\neg p \wedge \neg q$

7. 点A(2, 0, 3)在空间直角坐标系中的()

A. y轴上

B. xoy平面上

C. xoz平面上

D. yoz平面上

8. 若椭圆 $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1 (a > b > 0)$ 的离心率为 $\frac{\sqrt{3}}{2}$, 则双曲线 $\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1$ 的渐近线方程为

A. $y = \pm \frac{1}{2}x$ B. $y = \pm 2x$ C. $y = \pm 4x$ D. $y = \pm \frac{1}{4}x$

9. 抛物线 $y = ax^2$ 的准线方程是 $y = 2$, 则 a 的值为 ()

A. $\frac{1}{8}$ B. $-\frac{1}{8}$ C. 8 D. -8

10. 已知点 $A(3,4)$, F 是抛物线 $y^2 = 8x$ 的焦点, M 是抛物线上的动点, 当 $|MA| + |MF|$ 最小时, M 点坐标是 ()

A. $(0,0)$ B. $(3, 2\sqrt{6})$ C. $(2,4)$ D. $(3, -2\sqrt{6})$

11. 已知双曲线方程为 $x^2 - y^2 = 4$, 过点 $A(3,1)$ 作直线 l 与该双曲线交于 M, N 两点, 若点 A 恰好为 MN 中点, 则直线 l 的方程为 ()

A. $y = 3x - 8$ B. $y = -3x + 8$ C. $y = 3x - 10$ D. $y = -3x + 10$

12. 已知直线 $y = kx + 2$ 与双曲线 $x^2 - y^2 = 4$ 的右支相交于不同的两点, 则 k 的取值范围是 ()

A. $(-1, 1)$ B. $(-\sqrt{2}, \sqrt{2})$ C. $(1, \sqrt{2})$ D. $(-\sqrt{2}, -1)$

二、填空题 (每小题 4 分, 共 16 分)

13. 设 F_1, F_2 为椭圆 $\frac{x^2}{25} + \frac{y^2}{9} = 1$ 的焦点, P 为椭圆上一点, 则 $\triangle F_1PF_2$ 的周长为_____.

14. 已知 $\vec{a} = (1, -1, 2)$, $\vec{b} = (1, 1, -1)$, 则 $\cos \langle \vec{a}, \vec{b} \rangle =$ _____.

15. 过抛物线 $y^2 = 8x$ 的焦点作弦 AB , 点 $A(x_1, y_1)$, $B(x_2, y_2)$, 且 $x_1 + x_2 = 10$, 则 $|AB| =$ _____.

16. 若方程 $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{a+6} = 1$ 表示焦点在 x 轴上的椭圆, 则实数 a 的取值范围是_____.

17. 设 $p: x < 2$, $q: x < a$, 若 p 是 q 的必要不充分条件, 则实数 a 的取值范围是_____.

三、解答题 (共 44 分)

18 (10 分). 求下列各曲线的标准方程.

(1) 长轴长为 12, 离心率为 $\frac{2}{3}$, 焦点在 x 轴上的椭圆;

(2) 已知双曲线的渐近线方程为 $y = \pm \frac{3}{4}x$, 焦距为 5, 求双曲线的标准方程.

19 (10分). 命题 P : 方程 $x^2 - 3x + m = 0$ 有实数解, 命题 Q : 方程 $\frac{x^2}{9-m} + \frac{y^2}{m-2} = 1$ 表示焦点在 x 轴

上的双曲线.

(1) 若命题 P 为真, 求 m 的取值范围;

(2) 若命题 $P \wedge Q$ 为真, 求 m 的取值范围.

20 (12分). 已知抛物线 $y^2 = 2px$ ($p > 0$) 的经过点 $M(3, 2\sqrt{3})$.

(1) 求抛物线的方程;

(2) 过抛物线焦点 F 的直线 l 交抛物线于 A 、 B 两点, 若 $|AB| = 8$, 求直线 l 的方程.

21 (12分). 已知: 椭圆 $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$ ($a > b > 0$), 过点 $A(-a, 0)$ 、 $B(0, b)$ 直线倾斜角为 $\frac{\pi}{6}$, 原点到

该直线的距离为 $\frac{\sqrt{3}}{2}$.

(1) 求椭圆的方程;

(2) 是否存在实数 k , 直线 $y = kx + 2$ 交椭圆于 P 、 Q 两点, 以 PQ 为直径的圆过点 $D(-1, 0)$? 若存在, 求出 k 的值; 若不存在, 请说明理由.