

## 2018--2019 学年度第一学期期末考试

## 高二年级数学(文)试卷

命题人: 李正延

审核人: 张凤齐

## 注意事项:

1. 本试卷分第 I 卷(选择题)和第 II 卷(非选择题)两部分。第 I 卷 1 至 2 页,第 II 卷 3 至 4 页。
2. 答题前,考生务必将自己的姓名、座位号填写在答题卡相应的位置。
3. 全部答案在答题卡上完成,答在本试题上无效。
4. 考试结束后,将本试题留存备用,答题卡交回。

## 第 I 卷(选择题 共 36 分)

一、选择题:(每小题 3 分,共 36 分,在每小题给出的四个答案中,只有一项是符合题目要求的)

1. 设命题  $p: \exists n \in \mathbf{N}, n^2 > 2^n$ , 则  $\neg p$  为( )  
A.  $\forall n \in \mathbf{N}, n^2 > 2^n$     B.  $\forall n \in \mathbf{N}, n^2 \leq 2^n$     C.  $\exists n \in \mathbf{N}, n^2 \leq 2^n$     D.  $\exists n \in \mathbf{N}, n^2 = 2^n$
2. 某人进行了如下的“三段论”推理: 如果  $f'(x) = 0$ , 则  $x = x_0$  是函数  $f(x)$  的极值点, 因为函数  $f(x) = x^3$  在  $x = 0$  处的导数值  $f'(0) = 0$ , 所以  $x = 0$  是函数  $f(x) = x^3$  的极值点. 以上推理的( )  
A. 大前提错误    B. 小前提错误    C. 推理形式错误    D. 非以上错误
3. 设  $a, b \in \mathbf{R}$ , “ $a=0$ ”是“复数  $a+bi$  是纯虚数”的( )  
A. 充分不必要条件    B. 必要不充分条件  
C. 充分必要条件    D. 既不充分也不必要条件
4. 数列 2, 5, 11, 20,  $x$ , 47, ... 中的  $x$  等于( )  
A. 28    B. 32    C. 33    D. 27
5. 设函数  $f(x) = x^3 + (a-1)x^2 + ax$ , 若  $f(x)$  为奇函数, 则曲线  $y=f(x)$  在点  $(0,0)$  处的切线方程为( )  
A.  $y = -2x$     B.  $y = -x$     C.  $y = 2x$     D.  $y = x$

6. 已知  $f(x) = x^2 + 2xf'(1)$ , 则  $f'(0) = ( \quad )$

- A. -2                                      B. 2                                      C. 1                                      D. -4

7. 下列判断正确的是( )

- A. 命题“ $a, b$  都是偶数, 则  $a+b$  是偶数”的逆否命题是“若  $a+b$  不是偶数, 则  $a, b$  都不是偶数”  
 B. 若“ $p$  或  $q$ ”为假命题, 则“非  $p$  且非  $q$ ”是假命题  
 C. 已知  $a, b, c$  是实数, 关于  $x$  的不等式  $ax^2 + bx + c \leq 0$  的解集是空集, 必有  $a > 0$  且  $\Delta \leq 0$   
 D.  $x^2 \neq y^2 \Leftrightarrow x \neq y$  且  $x \neq -y$

8. 对任意的  $x \in \mathbf{R}$ , 函数  $f(x) = x^3 + ax^2 + 7ax$  不存在极值点的充要条件是( )

- A.  $0 \leq a \leq 21$                       B.  $a = 0$  或  $a = 7$                       C.  $a < 0$  或  $a > 21$                       D.  $a = 0$  或  $a = 21$

9. 设  $f_0(x) = \sin x$ ,  $f_1(x) = f'_0(x)$ ,  $f_2(x) = f'_1(x)$ , ...,  $f_{n+1}(x) = f'_n(x), n \in \mathbf{N}$ , 则  $f_{2017}(x) =$

- A.  $\cos x$                                       B.  $-\sin x$                                       C.  $-\cos x$                                       D.  $\sin x$

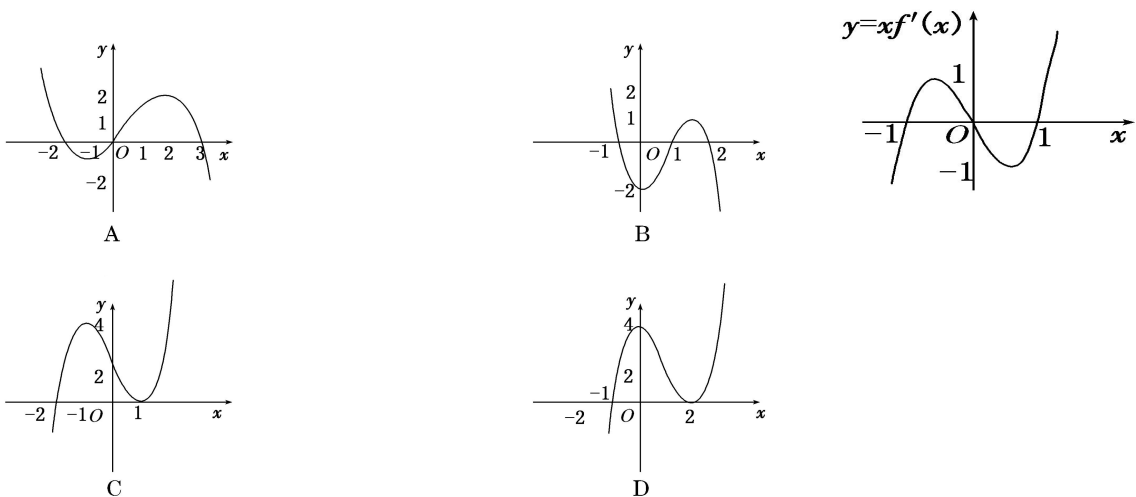
10. 复数  $z = (x-2) + yi (x, y \in \mathbf{R})$  在复平面内对应向量的模为 2, 则  $|z+2|$  的最大值为( )

- A. 2                                      B. 4                                      C. 6                                      D. 8

11. 已知双曲线  $\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1 (a > 0, b > 0)$  的一条渐近线的斜率为  $\sqrt{2}$ , 且右焦点与抛物线  $y^2 = 4\sqrt{3}x$  的焦点重合, 则该双曲线的离心率等于( )

- A.  $\sqrt{2}$                                       B.  $\sqrt{3}$                                       C. 2                                      D.  $2\sqrt{3}$

12. 已知函数  $y = xf'(x)$  的图像如右图所示(其中  $f'(x)$  是函数  $f(x)$  的导函数), 下面四个图像中,  $y = f(x)$  的图像大致是( )



## 第 II 卷 (非选择题 共 64 分)

二. 填空题 (本题共 4 小题, 共 20 分, 将答案填在答题纸中横线上, 试题上作答无效)

13. 设复数  $z_1, z_2$  在复平面内的对应点关于虚轴对称,  $z_1 = 2 + i$ , 则  $z_1 z_2 =$  \_\_\_\_\_

14. 抛物线  $y = \frac{1}{4}x^2$  的准线方程是 \_\_\_\_\_

15. 已知命题  $p$ : 对任意  $x \in [0, 1]$ , 都有  $a \geq e^x$  成立, 命题  $q$ : 存在  $x \in \mathbf{R}$ , 使  $x^2 + 4x + a = 0$  成立, 若命题“ $p$  且  $q$ ”是真命题, 则实数  $a$  的取值范围是 \_\_\_\_\_.

16. 一名法官在审理一起珍宝盗窃案时, 四名嫌疑人甲、乙、丙、丁的供词如下, 甲说: “罪犯在乙、丙、丁三人之中”; 乙说: “我没有作案, 是丙偷的”; 丙说: “甲、乙两人中有一人是小偷”; 丁说: “乙说的是事实”. 经过调查核实, 四人中有两人说的是真话, 另外两人说的是假话, 且这四人中只有一人是罪犯, 由此可判断罪犯是 \_\_\_\_\_.

三. 解答题 (本题共 4 小题, 共 44 分, 解答应写出必要的文字说明、证明过程或演算步骤)

17. (本题满分 10 分) 复数  $z = (1 - i)a^2 - 3a + 2 + i$  ( $a \in \mathbf{R}$ ),

(1) 若  $z = \bar{z}$ , 求  $|z|$ ; (2) 若在复平面内复数  $z$  对应的点在第一象限, 求  $a$  的范围.

18. (本题满分 10 分)

若  $x, y \in \mathbf{R}, x > 0, y > 0$ , 且  $x + y > 2$ . 求证:  $\frac{1+x}{y}$  和  $\frac{1+y}{x}$  中至少有一个小于 2.

19. (本题满分 12 分)

已知函数  $f(x) = e^x(ax+b) - x^2 - 4x$ , 曲线  $y = f(x)$  在点  $(0, f(0))$  处的切线方程为  $y = 4x + 4$ .

(1) 求  $a, b$  的值;

(2) 讨论  $f(x)$  的单调性, 并求  $f(x)$  的极大值.

20. (本题满分 12 分)

如图, 四棱锥  $P-ABCD$  中, 侧面  $PAD$  为等边三角形且垂直于底面  $ABCD$ ,

$AB = BC = \frac{1}{2}AD, \angle BAD = \angle ABC = 90^\circ$ .

(1) 证明: 直线  $BC \parallel$  平面  $PAD$ ;

(2) 若  $\triangle PAD$  面积为  $2\sqrt{7}$ , 求四棱锥  $P-ABCD$  的体积.

