

## 2018--2019 学年度第一学期期末考试

## 高二年级数学（理）试卷

命题人：张凤齐 审核人：李正延

## 注意事项:

1. 本试卷分第 I 卷（选择题）和第 II 卷（非选择题）两部分。第 I 卷 1 至 2 页，第 II 卷 3 至 4 页。
2. 答题前，考生务必将自己的姓名、座位号填写在答题卡相应的位置。
3. 全部答案在答题卡上完成，答在本试题上无效。
4. 考试结束后，将本试题留存备用，答题卡交回。

## 第 I 卷（选择题 共 36 分）

一、选择题：（每小题 3 分，共 36 分，在每小题给出的四个答案中，只有一项是符合题目要求的）

1. 设命题  $p: \exists n \in \mathbf{N}, n^2 > 2^n$ ，则  $\neg p$  为（ ）

- A.
- $\forall n \in \mathbf{N}, n^2 > 2^n$
- B.
- $\forall n \in \mathbf{N}, n^2 \leq 2^n$
- C.
- $\exists n \in \mathbf{N}, n^2 \leq 2^n$
- D.
- $\exists n \in \mathbf{N},$

2. 设  $a, b \in \mathbf{R}$ ，“ $a=0$ ”是“复数  $a+bi$  是纯虚数”的（ ）

- A. 充分不必要条件    B. 必要不充分条件
- 
- C. 充分必要条件    D. 既不充分也不必要条件

3. 函数  $f(x)=2x-\cos x$  在  $(-\infty, +\infty)$  上（ ）

- A. 无最值    B. 有极值    C. 有最大值    D. 有最小值

4. 设函数  $f(x)=x^3+(a-1)x^2+ax$ ，若  $f(x)$  为奇函数，则曲线  $y=f(x)$  在点  $(0,0)$  处的切线方程为（ ）

- A.
- $y=-2x$
- B.
- $y=-x$
- C.
- $y=2x$
- D.
- $y=x$

5. 已知  $f(x)=x^2+2xf'(1)$ ，则  $f'(0)=( )$ 

- A.
- $-2$
- B.
- $2$
- C.
- $1$
- D.
- $-4$

6. 若  $f(x) = x^2 - 2x - 4\ln x$ , 则  $f'(x) > 0$  的解集为( )

- A.  $(0, +\infty)$
- B.  $(-1, 0) \cup (2, +\infty)$
- C.  $(2, +\infty)$
- D.  $(-1, 0)$

7. 下列判断正确的是( )

- A. 命题“ $a, b$  都是偶数, 则  $a+b$  是偶数”的逆否命题是“若  $a+b$  不是偶数, 则  $a, b$  都不是偶数”
- B. 若“ $p$  或  $q$ ”为假命题, 则“非  $p$  且非  $q$ ”是假命题
- C. 已知  $a, b, c$  是实数, 关于  $x$  的不等式  $ax^2 + bx + c \leq 0$  的解集是空集, 必有  $a > 0$  且  $\Delta \leq 0$
- D.  $x^2 \neq y^2 \Leftrightarrow x \neq y$  且  $x \neq -y$

8. 对任意的  $x \in \mathbf{R}$ , 函数  $f(x) = x^3 + ax^2 + 7ax$  不存在极值点的充要条件是( )

- A.  $0 \leq a \leq 21$
- B.  $a = 0$  或  $a = 7$
- C.  $a < 0$  或  $a > 21$
- D.  $a = 0$  或  $a = 21$

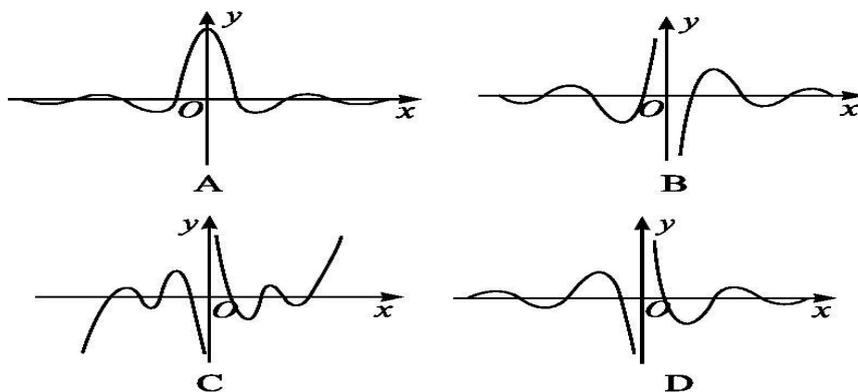
9. 设  $f_0(x) = \sin x$ ,  $f_1(x) = f'_0(x)$ ,  $f_2(x) = f'_1(x)$ , ...,  $f_{n+1}(x) = f'_n(x), n \in \mathbf{N}$ , 则  $f_{2017}(x) =$

- A.  $\cos x$
- B.  $-\sin x$
- C.  $-\cos x$
- D.  $\sin x$

10. 复数  $z = (x-2) + yi (x, y \in \mathbf{R})$  在复平面内对应向量的模为 2, 则  $|z+2|$  的最大值为( )

- A. 2
- B. 4
- C. 6
- D. 8

11. 函数  $y = \frac{\cos 6x}{2^x - 2^{-x}}$  的图象大致为( )



12. 若函数  $f(x)$  在  $(0, +\infty)$  上可导, 且满足  $f(x) > -xf'(x)$ , 则一定有( )

A. 函数  $F(x) = \frac{f(x)}{x}$  在  $(0, +\infty)$  上为增加的

B. 函数  $F(x) = \frac{f(x)}{x}$  在  $(0, +\infty)$  上为减少的

C. 函数  $G(x) = xf(x)$  在  $(0, +\infty)$  上为增加的

D. 函数  $G(x) = xf(x)$  在  $(0, +\infty)$  上为减少的

## 第 II 卷 (非选择题 共 64 分)

二. 填空题 (本题共 4 小题, 共 20 分, 将答案填在答题纸中横线上, 试题上作答无效)

13. 设复数  $z_1, z_2$  在复平面上  $\bar{z}$  是  $z$  的共轭复数. 若  $z + \bar{z} = 2$ ,  $(z - \bar{z})i = 2$  ( $i$  为虚数单位),

则  $z =$  \_\_\_\_\_

14. 若曲线  $y = ax^2 - \ln x$  在点  $(1, a)$  处的切线平行于  $x$  轴, 则  $a =$  \_\_\_\_\_.

15. 设  $f(x) = x \ln x$ , 若  $f'(x_0) = 2$ , 则曲线  $f(x) = x \ln x$  在点  $(x_0, f(x_0))$  处的切线方程为 \_\_\_\_\_.

16. 若  $f(x) = x^2 - 2x - 4 \ln x$ , 则  $f'(x) > 0$  的解集为 \_\_\_\_\_.

17. 若函数  $f(x) = \frac{1}{2}ax^2 + 2x - \ln x$  ( $a \neq 0$ ) 在区间  $[1, 2]$  上是增加的, 则实数  $a$  的最小值为 \_\_\_\_\_.

三. 解答题 (本题共 4 小题, 共 44 分, 解答应写出必要的文字说明、证明过程或演算步骤)

18. (本题满分 10 分) 复数  $z = (1-i)a^2 - 3a + 2 + i$  ( $a \in R$ ),

(1) 若  $z = \bar{z}$ , 求  $|z|$ ;

(2) 若在复平面内复数  $z$  对应的点在第一象限, 求  $a$  的范围.

19. (本题满分 10 分)

已知曲线  $C_1$  的参数方程为  $\begin{cases} x = 4 + 5 \cos t, \\ y = 5 + 5 \sin t \end{cases}$  ( $t$  为参数), 以坐标原点为极点,  $x$  轴的正半轴为极轴

建立极坐标系, 曲线  $C_2$  的极坐标方程为  $\rho = 2 \sin \theta$ .

(I) 把  $C_1$  的参数方程化为极坐标方程;

(II) 求  $C_1$  与  $C_2$  交点的极坐标 ( $\rho \geq 0, 0 \leq \theta < 2\pi$ ).

20. (本题满分 12 分)

已知函数  $f(x) = e^x(ax + b) - x^2 - 4x$ , 曲线  $y = f(x)$  在点  $(0, f(0))$  处的切线方程为  $y = 4x + 4$ .

(1) 求  $a, b$  的值;

(2) 讨论  $f(x)$  的单调性, 并求  $f(x)$  的极大值.

21. (本题满分 12 分) 已知函数  $f(x) = x - 1 - \ln x$

(1) 求曲线  $y = f(x)$  在点  $(2, f(2))$  处的切线方程;

(2) 求函数  $f(x)$  的极值;

(3) 对任意  $x \in (0, +\infty)$ ,  $f(x) \geq bx - 2$  恒成立, 求实数  $b$  的取值范围.