

## 2018--2019 学年度第一学期期中考试

## 高二年级数学(文)试卷

命题人: 李正延

审核人: 张凤齐

## 注意事项:

1. 本试卷分第 I 卷(选择题)和第 II 卷(非选择题)两部分。第 I 卷 1 至 2 页, 第 II 卷 3 至 4 页。
2. 答题前, 考生务必将自己的姓名、座位号填写在答题卡相应的位置。
3. 全部答案在答题卡上完成, 答在本试题上无效。
4. 考试结束后, 将本试题留存备用, 答题卡交回。

## 第 I 卷(选择题 共 36 分)

一、选择题:(每小题 3 分, 共 36 分, 在每小题给出的四个答案中, 只有一项是符合题目要求的)

1. 极坐标方程  $\rho = \cos \theta$  和参数方程  $\begin{cases} x = -1-t \\ y = 2+3t \end{cases}$  ( $t$  为参数) 所表示的图形分别是 ( )
 

A. 圆、直线                      B. 直线、圆                      C. 圆、圆                      D. 直线、直线
2. 在极坐标系中, 圆  $\rho = -2 \sin \theta$  的圆心的极坐标是 ( )
 

A.  $(1, \frac{\pi}{2})$                       B.  $(1, -\frac{\pi}{2})$                       C.  $(1, 0)$                       D.  $(1, \pi)$
3. 已知中心在原点的椭圆 C, 右焦点为  $F(1, 0)$ , 离心率等于  $\frac{1}{2}$ , 则 C 的方程是 ( )
 

A.  $\frac{x^2}{3} + \frac{y^2}{4} = 1$                       B.  $\frac{x^2}{4} + \frac{y^2}{\sqrt{3}} = 1$                       C.  $\frac{x^2}{4} + \frac{y^2}{2} = 1$                       D.  $\frac{x^2}{4} + \frac{y^2}{3} = 1$
4. 参数方程  $\begin{cases} x = 2 + \sin^2 \theta \\ y = -1 + \cos 2\theta \end{cases}$  ( $\theta$  为参数) 化为普通方程是 ( )。
 

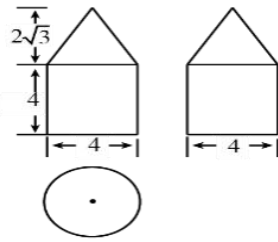
A.  $2x - y + 4 = 0$                       B.  $2x + y - 4 = 0$

C.  $2x - y + 4 = 0 \quad x \in [2, 3]$                       D.  $2x + y - 4 = 0 \quad x \in [2, 3]$
5. 已知抛物线  $y^2 = 2px$  ( $p > 0$ ) 的准线与圆  $(x-3)^2 + y^2 = 16$  相切, 则  $p$  的值为 ( )
 

A.  $\frac{1}{2}$                       B. 4                      C. 1                      D. 2

6. 右图是由圆柱与圆锥组合而成的几何体的三视图, 则该几何体的表面积为( ).

- A.  $20\pi$
- B.  $24\pi$
- C.  $28\pi$
- D.  $32\pi$



7. 以平面直角坐标系的原点为极点,  $x$  轴的正半轴为极轴, 建立极坐标系, 两种坐标系中取相同的长度单位. 已知直线  $l$  的参数方程是  $\begin{cases} x=t+1, \\ y=t-3 \end{cases}$  ( $t$  为参数), 圆  $C$  的极坐标方程是  $\rho=4\cos\theta$ , 则直线  $l$  被圆  $C$  截得的弦长为( )

- A.  $\sqrt{14}$
- B.  $2\sqrt{14}$
- C.  $\sqrt{2}$
- D.  $2\sqrt{2}$

8. 已知椭圆  $C: \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1 (a > b > 0)$  的左右焦点为  $F_1, F_2$  离心率为  $\frac{\sqrt{3}}{3}$ , 过  $F_2$  的直线  $l$  交  $C$  与  $A, B$  两点, 若  $\triangle AF_1B$  的周长为  $4\sqrt{3}$ , 则  $C$  的方程为( )

- A.  $\frac{x^2}{3} + \frac{y^2}{2} = 1$
- B.  $\frac{x^2}{3} + y^2 = 1$
- C.  $\frac{x^2}{12} + \frac{y^2}{8} = 1$
- D.  $\frac{x^2}{12} + \frac{y^2}{4} = 1$

9. 直线  $\begin{cases} x=1+\frac{1}{2}t \\ y=-3\sqrt{3}+\frac{\sqrt{3}}{2}t \end{cases}$  ( $t$  为参数) 和圆  $x^2 + y^2 = 16$  交于  $A, B$  两点, 则  $AB$  的中点坐标为( )

- A.  $(3, -3)$
- B.  $(-\sqrt{3}, 3)$
- C.  $(\sqrt{3}, -3)$
- D.  $(3, -\sqrt{3})$

10. 若实数  $k$  满足  $0 < k < 5$ , 则曲线  $\frac{x^2}{16} - \frac{y^2}{5-k} = 1$  与曲线  $\frac{x^2}{16-k} - \frac{y^2}{5} = 1$  的( )

- A. 实半轴长相等
- B. 虚半轴长相等
- C. 离心率相等
- D. 焦距相等

11. 已知椭圆  $E$  的中心为坐标原点, 离心率为  $\frac{1}{2}$ ,  $E$  的右焦点与抛物线  $C: y^2 = 8x$  的焦点重合,  $A, B$  是  $C$  的准线与  $E$  的两个交点, 则  $|AB| =$  ( )

- A. 3
- B. 6
- C. 9
- D. 12

12. 设  $F$  为抛物线  $C: y^2 = 3x$  的焦点, 过  $F$  且倾斜角为  $30^\circ$  的直线交  $C$  于  $A, B$  两点, 则  $|AB| =$  ( )

- A.  $\frac{\sqrt{30}}{3}$
- B. 6
- C. 12
- D.  $7\sqrt{3}$

## 第 II 卷 (非选择题 共 64 分)

二. 填空题 (本题共 5 小题, 共 20 分, 将答案填在答题纸中横线上, 试题上作答无效)

13. 长方体的长、宽、高分别为 3、2、1, 其顶点都在球  $O$  的球面上, 则球  $O$  的表面积为\_\_\_\_\_

14. 在极坐标系中, 直线  $\rho \cos \theta + \rho \sin \theta = a (a > 0)$  与圆  $\rho = 2 \cos \theta$  相切, 则  $a =$ \_\_\_\_\_

15. 已知抛物线  $y^2 = 8x$  的准线过双曲线  $\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1 (a > 0, b > 0)$  的一个焦点, 且双曲线的离心率为 2, 则该双曲线的方程为\_\_\_\_\_。

16. 已知圆  $C$  的参数方程为  $\begin{cases} x = \cos \alpha, \\ y = 1 + \sin \alpha. \end{cases}$  ( $\alpha$  为参数), 以原点为极点,  $x$  轴正半轴为极轴建立极坐标系, 直线  $l$  的极坐标方程为  $\rho \sin \theta = 1$ , 则直线  $l$  与圆  $C$  的交点的直角坐标为\_\_\_\_\_

17. 已知双曲线  $E$  的中心为原点,  $P(3, 0)$  是  $E$  的焦点, 过  $F$  的直线  $l$  与  $E$  相交于  $A, B$  两点, 且  $AB$  的中点为  $N(-12, -15)$ , 则双曲线  $E$  的方程为\_\_\_\_\_。

三. 解答题 (本题共 4 小题, 共 44 分, 解答应写出必要的文字说明、证明过程或演算步骤)

18. (本题满分 10 分)

在直角坐标系  $xOy$  中, 直线  $l$  的参数方程为  $\begin{cases} x = 3 + \frac{1}{2}t \\ y = \frac{\sqrt{3}}{2}t \end{cases}$  ( $t$  为参数), 以原点为极点,  $x$  轴的正半轴

为极轴建立极坐标系,  $\odot C$  的极坐标方程为  $\rho = 2\sqrt{3} \sin \theta$ .

(1) 写出  $\odot C$  的直角坐标方程;

(2)  $P$  为直线  $l$  上一动点, 当  $P$  到圆心  $C$  的距离最小时, 求点  $P$  的坐标.

19. (本题满分 10 分)

在直角坐标系  $xOy$  中, 曲线  $C$  的参数方程为  $\begin{cases} x = 2\cos\theta, \\ y = 4\sin\theta \end{cases}$  ( $\theta$  为参数), 直线  $l$  的参数方程为  $\begin{cases} x = 1 + t\cos\alpha, \\ y = 2 + t\sin\alpha \end{cases}$  ( $t$  为参数).

- (1) 求  $C$  和  $l$  的直角坐标方程;
- (2) 若曲线  $C$  截直线  $l$  所得线段的中点坐标为  $(1, 2)$ , 求  $l$  的斜率.

20. (本题满分 12 分)

设椭圆  $C: \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1 (a > b > 0)$  过点  $(0, 4)$ , 离心率为  $\frac{3}{5}$ .

- (1) 求椭圆  $C$  的方程;
- (2) 求过点  $(3, 0)$  且斜率为  $\frac{4}{5}$  的直线  $l$  被  $C$  所截线段的中点坐标.

21. (本题满分 12 分)

如图, 在三棱锥  $V-ABC$  中, 平面  $VAB \perp$  平面  $ABC$ ,  $\triangle VAB$  为等边三角形,  $AC \perp BC$  且

$AC = BC = \sqrt{2}$ ,  $O, M$  分别为  $AB, VA$  的中点.

- (I) 求证:  $VB \parallel$  平面  $MOC$ ;
- (II) 求证: 平面  $MOC \perp$  平面  $VAB$ ;
- (III) 求三棱锥  $V-ABC$  的体积.

