

绝密 ★ 考试结束前

2023 年 10 月高等教育自学考试
线性代数试题
课程代码:02198

1. 请考生按规定用笔将所有试题的答案涂、写在答题纸上。
2. 答题前,考生务必将自己的考试课程名称、姓名、准考证号用黑色字迹的签字笔或钢笔填写在答题纸规定的位置上。

说明:在本卷中, A^T 表示矩阵 A 的转置矩阵, A^* 表示矩阵 A 的伴随矩阵, E 是单位矩阵, $|A|$ 表示方阵 A 的行列式, $r(A)$ 表示矩阵 A 的秩.

选择题部分

注意事项:

每小题选出答案后,用 2B 铅笔把答题纸上对应题目的答案标号涂黑。如需改动,用橡皮擦干净后,再选涂其他答案标号。不能答在试题卷上。

一、单项选择题:本大题共 5 小题,每小题 2 分,共 10 分。在每小题列出的备选项中只有一项是最符合题目要求的,请将其选出。

1. 已知 2 阶行列式 $\begin{vmatrix} a_1 & b_1 \\ a_2 & b_2 \end{vmatrix} = m$, $\begin{vmatrix} a_1 & c_1 \\ a_2 & c_2 \end{vmatrix} = n$, 则 $\begin{vmatrix} b_1 - c_1 & a_1 \\ b_2 - c_2 & a_2 \end{vmatrix} =$
A. $-m+n$ B. $-m-n$ C. $m-n$ D. $m+n$
2. 设矩阵 $A = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{pmatrix}$, $C = \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ -1 & 0 \\ 3 & 4 \end{pmatrix}$, 则下列矩阵运算中有意义的是
A. ABC B. BCA C. CBA D. CAB
3. 设 n 维向量组 $\alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_m$ 线性无关 ($n > m > 1$), 则下列结论中正确的是
A. 向量组中增加任意一个向量后仍然线性无关
B. 向量组中减少任意一个向量后仍然线性无关
C. 存在不全为零的数 k_1, k_2, \dots, k_m , 使得 $\sum_{i=1}^m k_i \alpha_i = \mathbf{0}$
D. 向量组至少有一个向量可以由其余向量线性表出

安徽自考交流群



扫一扫加入安徽自考交流群
该群为安徽自考交流群
用于发布各种自考通知和消息

4. 若线性方程组 $\begin{cases} x_1 - 2x_2 + 3x_3 = 1 \\ 2x_1 - 4x_2 + kx_3 = 3 \end{cases}$ 无解, 则数 $k =$
- A. 2 B. 3 C. 4 D. 6
5. 设 3 阶矩阵 A 与 B 相似, 若 A 的特征值为 0, 1, 2, 则 B 的迹 $\text{tr}(B) =$
- A. 0 B. 1 C. 2 D. 3

非选择题部分

注意事项:

用黑色字迹的签字笔或钢笔将答案写在答题纸上, 不能答在试题卷上。

二、填空题: 本大题共 10 小题, 每小题 2 分, 共 20 分。

6. 3 阶行列式 $\begin{vmatrix} 1 & 2 & 4 \\ 1 & 5 & 25 \\ 1 & 6 & 36 \end{vmatrix} =$ _____.
7. 设矩阵 $A = \begin{pmatrix} -1 & -1 & -2 \\ -1 & 2 & 0 \\ 0 & 2 & 1 \end{pmatrix}$, 则 $\frac{1}{2}(A + A^T) =$ _____.
8. 已知矩阵 $A = \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 2 & 3 \end{pmatrix}$, 则 $A^2 - 3A + 2E =$ _____.
9. 设矩阵 $A = \begin{pmatrix} 2 & 9 \\ 2 & 5 \end{pmatrix}$, 则 $|A^*| =$ _____.
10. 设矩阵 $A = \begin{pmatrix} 1 & -2 & 2 \\ 4 & 3 & k \\ 3 & 1 & -1 \end{pmatrix}$ 的列向量组线性相关, 则数 $k =$ _____.
11. 设 α_1, α_2 是非齐次线性方程组 $Ax = b$ 的两个解, 如果 $k_1\alpha_1 + k_2\alpha_2$ 也是 $Ax = b$ 的解, 则数 k_1, k_2 必满足 $k_1 + k_2 =$ _____.
12. 设向量 $\alpha_1 = (2, -1, -1)^T, \alpha_2 = (1, 1, 3)^T$, 则 α_1 与 α_2 的内积 $(\alpha_1, \alpha_2) =$ _____.
13. 已知 3 阶矩阵 A 与 $B = \begin{pmatrix} 2 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 3 \end{pmatrix}$ 相似, 则 $|A| =$ _____.

14. 二次型 $f(x_1, x_2, x_3) = (x_1 - x_2)^2 - (x_2 - x_3)^2$ 的矩阵 $A =$ _____.

15. 设 $f(x_1, x_2, x_3) = 2x_1^2 + 2x_1x_2 + tx_2^2 + x_3^2$ 为正定二次型, 则数 t 的取值范围是_____.

三、计算题: 本大题共 7 小题, 每小题 9 分, 共 63 分.

16. 求 4 阶行列式 $D = \begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & -1 \\ 1 & 1 & -1 & -1 \\ 1 & -1 & -1 & -1 \end{vmatrix}$ 的值.

17. 已知矩阵 $A = \begin{pmatrix} 2 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 2 \end{pmatrix}$, B 为 3 阶矩阵, 且满足 $BA + 4E = A^2 + 2B$. 求 B .

18. 已知矩阵 A, P, A 满足 $P^{-1}AP = A$, 其中 $P = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$, $A = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -2 \end{pmatrix}$, 求 A^3 .

19. 求向量组 $\alpha_1 = (1, 2, 3, 4)^T$, $\alpha_2 = (2, 3, 4, 5)^T$, $\alpha_3 = (3, 4, 5, 6)^T$, $\alpha_4 = (4, 5, 6, 7)^T$ 的秩和一个极大线性无关组, 并将其余向量由该极大线性无关组线性表出.

20. 问 a 为何值时, 线性方程组 $\begin{cases} x_1 + 2x_2 = 3 \\ 4x_1 + 7x_2 + x_3 = 10 \\ 2x_1 + 3x_2 + ax_3 = 4 \end{cases}$ 有无穷多解, 并求出其通解

(要求用其一个特解和导出组的基础解系表示).

21. 已知矩阵 $A = \begin{pmatrix} 2 & -1 & 3 \\ 0 & -1 & 0 \\ -1 & 2 & -2 \end{pmatrix}$, 判定 A 能否与对角矩阵相似, 说明理由.

22. 用正交变换将二次型 $f(x_1, x_2, x_3) = x_2^2 - 2x_1x_3$ 化为标准形, 并写出所作的正交变换.

四、证明题: 本题 7 分.

23. 设 $\alpha_1, \alpha_2, \beta_1, \beta_2, \beta_3$ 都是 n 维向量, 若 $\beta_1 = \alpha_1 + \alpha_2$, $\beta_2 = 2\alpha_1 - \alpha_2$, $\beta_3 = \alpha_1 + 3\alpha_2$,

证明: 向量组 $\beta_1, \beta_2, \beta_3$ 线性相关.