绝密 ★ 考试结束前

2023 年 10 月高等教育自学考试

概率论与数理统计(经管类)试题

课程代码:04183

1. 请考生按规定用笔将所有试题的答案涂、写在答题纸上。

2. 答题前,考生务必将自己的考试课程名称、姓名、准考证号用黑色字迹的签字笔或钢笔填写在答题纸规定的位置上。

选择题部分

注意事项:

每小题选出答案后,用 2B 铅笔把答题纸上对应题目的答案标号涂黑。如需改动,用橡皮擦干净后,再选涂其他答案标号。不能答在试题卷上。

一、单项选择题:本大题共 10 小题,每小题 2 分,共 20 分。在每小题列出的备选项中只有一项是最符合题目要求的,请将其选出。

1. 设 A,B 为随机事件,则 $\overline{AB}=$

A. $\bar{A}\cap\bar{B}$　　B. $A\cap\bar{B}$　　C. $\bar{A}\cap B$　　D. $\bar{A}\cup\bar{B}$

2. 设随机变量 $X\sim N(-3,2)$,则下列随机变量服从标准正态分布的是

A. $\dfrac{X+3}{2}$　　B. $\dfrac{X+3}{\sqrt{2}}$　　C. $\dfrac{X-3}{2}$　　D. $\dfrac{X-3}{\sqrt{2}}$

3. 设随机变量 X 的分布律为

X	0	1	2
P	$\frac{1}{4}$	c	$2c$

,则 $P\{X\geqslant 1\}=$

A. $\dfrac{1}{4}$　　B. $\dfrac{1}{2}$　　C. $\dfrac{3}{4}$　　D. 1

4. 设 X 服从区间 $[0,3]$ 上的均匀分布,则 $P\{|X|<1\}=$

A. 0　　B. $\dfrac{1}{3}$　　C. $\dfrac{2}{3}$　　D. 1

5. 设二维随机变量 (X,Y) 的分布律为

X \ Y	1	2
0	0.1	0.2
1	0.4	0.3

则 $P\{Y-X\geqslant 1\}=$

A. 0.3　　B. 0.5　　C. 0.6　　D. 0.8

6. 设随机变量 X 与 Y 相互独立，且分别服从参数为 2 与 3 的泊松分布，则 $P\{X+Y=0\}=$

A. e^{-5}　　B. e^{-3}　　C. e^{-2}　　D. e^{-1}

7. 设随机变量 X 与 Y 相互独立，且 $D(X)=3$， $D(Y)=2$，则 $D(2X-Y)=$

A. 4　　B. 8　　C. 14　　D. 16

8. 设二维随机变量 (X,Y) 的分布律为

$X \backslash Y$	2	3
0	0.2	0
1	0.3	0.5

则 $E(XY)=$

A. 0.8　　B. 1.5　　C. 2.1　　D. 2.5

9. 设总体 $X \sim N(\mu,\sigma^2)$， $X_1,X_2,\cdots,X_n$（$n \geqslant 2$）是来自 X 的样本， $\bar{X}$ 是样本均值，

则 $\frac{1}{\sigma^2}\sum_{i=1}^{n}(X_i-\bar{X})^2$ 服从的分布是

A. $\chi^2(n)$　　B. $\chi^2(n-1)$　　C. $t(n)$　　D. $t(n-1)$

10. 设总体 $X \sim N(\mu,\sigma^2)$， $X_1,X_2,\ldots,X_n$ 是来自 X 的样本，其中 σ^2 未知， $\bar{X}$ 与 S^2 分别是样本均值和样本方差，检验假设 $H_0:\mu=1$; $H_1:\mu \neq 1$，采用的检验统计量为

A. $\frac{\bar{X}-1}{S/\sqrt{n}}$　　B. $\frac{\bar{X}}{S/\sqrt{n}}$　　C. $\frac{\bar{X}-1}{\sigma/\sqrt{n}}$　　D. $\frac{\bar{X}}{\sigma/\sqrt{n}}$

非选择题部分

注意事项：

用黑色字迹的签字笔或钢笔将答案写在答题纸上，不能答在试题卷上。

二、填空题：本大题共 15 小题，每小题 2 分，共 30 分。

11. 设 A,B 是随机事件，则随机事件“ A,B 中至少有一个发生”表示为________.

12. 盒中有 3 个白球，2 个红球，若不放回地随机取出两球，则第二次才取到白球的概率是________.

13. 设随机变量 X 的分布律为 $\begin{array}{c|ccc} X & -1 & 1 & 2 \\ \hline P & \frac{1}{2} & \frac{1}{3} & \frac{1}{6} \end{array}$，$F(x)$ 是 X 的分布函数，

则 $F(1.5)=$________.

14. 设随机变量 X 的概率密度为 $f(x)=\begin{cases} c\sqrt{x}, & 0\leqslant x\leqslant 1, \\ 0, & \text{其他}, \end{cases}$ 则常数 $c=$________.

15. 设随机变量 X 服从参数为 λ 的指数分布，且 $P\{X>1\}=\mathrm{e}^{-1}$，则 $P\{X>3\}=$________.

16. 设随机变量 $X\sim N(0,1)$，$Y\sim N(0,1)$，且 X,Y 相互独立，则二维随机变量 (X,Y) 的概率密度 $f(x,y)=$________.

17. 设随机变量 $X\sim N(2,4)$，且 $Y=3-2X$，则 $D(Y)=$________.

18. 设随机变量 $X\sim B(16,0.5)$，随机变量 Y 服从参数为 9 的泊松分布，

则 $E(X-2Y+1)=$________.

19. 已知 $E(X)=2$，$E(Y)=2$，$E(XY)=4$，则 X,Y 的协方差 $\mathrm{Cov}(X,Y)=$________.

20. 设 $X\sim B(100,0.4)$，则利用切比雪夫不等式估计 $P\{|X-40|\geqslant 6\}\leqslant$________.

21. 设总体 $X\sim N(\mu,1)$，$X_1,X_2,\cdots,X_8$ 是来自 X 的样本，$\bar{X}$ 为样本均值，

则 $E(\bar{X})=$________.

22. 设总体 X 服从参数为 λ 的泊松分布，$x_1,x_2,\cdots,x_n$ 为来自 X 的样本值，其样本均值 $\bar{x}=3$，则 λ 的矩估计值 $\hat{\lambda}=$________.

23. 设总体 $X\sim N(\mu_1,\sigma_1^2)$，$X_1,X_2,\cdots,X_n$ 为来自 X 的样本，$\bar{X}$ 为样本均值；总体 $Y\sim N(\mu_2,\sigma_2^2)$，$Y_1,Y_2,\cdots,Y_n$ 为来自 Y 的样本，$\bar{Y}$ 为样本均值，且 X 与 Y 相互独立，则 $D(\bar{X}+\bar{Y})=$________.

24. 设总体 $X\sim N(\mu,16)$，$X_1,X_2,\cdots,X_n$ 为来自 X 的样本，$\bar{X}$ 为样本均值. 欲检验假设：$H_0:\mu=\mu_0$；$H_1:\mu\neq\mu_0$，则采用检验统计量的表达式为________.

25. 在一元线性回归模型 $y_i=\beta_0+\beta_1 x_i+\varepsilon_i$，$i=1,2,\cdots,n$ 中，记 $\bar{x}=\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}x_i,\bar{y}=\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}y_i$，$L_{xx}=\sum_{i=1}^{n}x_i^2-n\bar{x}^2,L_{xy}=\sum_{i=1}^{n}x_i y_i-n\bar{x}\,\bar{y}$，则 β_1 的最小二乘估计 $\hat{\beta}_1=$________.

三、计算题：本大题共 2 小题，每小题 8 分，共 16 分。

26．据统计某仪器在 A，B，C 三种不同状态下工作时间比例为 7：2：1，且发生故障的概率分别为 0.01, 0.02, 0.04．

求：（1）该仪器发生故障的概率；

（2）当仪器发生故障时，恰在状态 B 下工作的概率．

27．设二维随机变量 (X,Y) 的概率密度为 $f(x,y)=\begin{cases} cy^2, & 0\leqslant x\leqslant 1, 0\leqslant y\leqslant 1, \\ 0, & \text{其他}. \end{cases}$

求：（1）常数 c；（2）$P\{X+Y<1\}$．

四、综合题：本大题共 2 小题，每小题 12 分，共 24 分。

28．设随机变量 X 服从区间 $[0,1]$ 上的均匀分布，随机变量 Y 的概率密度为

$$f_Y(y)=\begin{cases} e^{-y}, & y>0, \\ 0, & y\leqslant 0, \end{cases}$$

且 X 与 Y 相互独立．

求：（1）X 的概率密度 $f_X(x)$；（2）(X, Y) 的概率密度 $f(x,y)$；（3）$P\{X+Y\leqslant 1\}$．

29．已知随机变量 X 服从二项分布 $B(100,0.9)$，$Y\sim N(0,4^2)$，且 X 与 Y 的相关系数 $\rho_{XY}=-\frac{1}{2}$，设 $Z=\frac{X}{3}-\frac{Y}{2}$．

求：（1）$D(Z)$；（2）ρ_{XZ}．

五、应用题：本题 10 分。

30．黄金矩形是指宽度与长度的“比值”近似为 0.618 的矩形，这种矩形会给人比较舒适的视觉感．设某厂生产的矩形工艺品宽度与长度的“比值” $X\sim N(\mu,\sigma^2)$，现从一批产品中随机抽查 9 件测其“比值”，并计算得样本均值 $\bar{x}=0.614$，样本标准差 $s=0.036$．试问该厂生产的矩形工艺品是否采用了黄金比例设计？

（附：$\alpha=0.05, t_{0.025}(8)=2.306$）．