

## 高等数学(工本)试题

课程代码:00023

请考生按规定用笔将所有试题的答案涂、写在答题纸上。

## 选择题部分

## 注意事项:

1. 答题前,考生务必将自己的考试课程名称、姓名、准考证号用黑色字迹的签字笔或钢笔填写在答题纸规定的位置上。
2. 每小题选出答案后,用 2B 铅笔把答题纸上对应题目的答案标号涂黑。如需改动,用橡皮擦干净后,再选涂其他答案标号。不能答在试题卷上。

一、单项选择题:本大题共 5 小题,每小题 3 分,共 15 分。在每小题列出的备选项中只有一项是最符合题目要求的,请将其选出。

1. 在空间直角坐标系中,点  $(0, 0, -2)$  在
  - A.  $x$  轴上
  - B.  $y$  轴上
  - C.  $z$  轴上
  - D.  $xy$  平面上
2. 函数  $f(x, y) = \sqrt{x + y}$  在点  $(0, 0)$  处
  - A. 连续
  - B. 间断
  - C. 偏导数存在
  - D. 可微
3. 已知  $\cos x \cos y dx - \sin x \sin y dy$  是某个函数  $u(x, y)$  的全微分,则  $u(x, y) =$ 
  - A.  $\sin y \cos x$
  - B.  $\sin x \sin y$
  - C.  $-\sin x \cos y$
  - D.  $\sin x \cos y$
4. 下列微分方程中,属于一阶线性非齐次微分方程的是
  - A.  $3ydy = (x + y)dx$
  - B.  $x dy = (x^2 + 3y)dx$
  - C.  $\frac{dy}{dx} - xsiny = 19$
  - D.  $\frac{dy}{dx} + xy^2 = 9$
5. 下列无穷级数中,绝对收敛的无穷级数是
  - A.  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n-1}}{3^n}$
  - B.  $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n 2^n$
  - C.  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n}{n}$
  - D.  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n n}{2n + 1}$

## 非选择题部分

注意事项：

用黑色字迹的签字笔或钢笔将答案写在答题纸上，不能答在试题卷上。

二、填空题：本大题共 5 空，每空 2 分，共 10 分。

6. 与向量  $\alpha = \{\sqrt{2}, 0, -\sqrt{2}\}$  同方向的单位向量是\_\_\_\_\_.

7. 设函数  $f(x+y, x-y) = x^2 - y^2$ , 则  $f(x, y) =$  \_\_\_\_\_.

8. 设积分区域  $D: x^2 + y^2 \leq 9$ , 则二重积分  $\iint_D f(x^2 + y^2) dx dy$  在极坐标下的二次积分为  
\_\_\_\_\_.

9. 微分方程  $y'' + (x-1)y' + 6y = 12$  的特解  $y^* =$  \_\_\_\_\_.

10. 设函数  $f(x)$  是周期为  $2\pi$  的周期函数,  $f(x)$  的傅里叶级数为  $\frac{\pi}{2} + \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n-1}}{n} \sin nx$ ,  
则  $f(x)$  的傅里叶系数  $a_n =$  \_\_\_\_\_.

三、计算题：本大题共 12 小题，每小题 5 分，共 60 分

11. 已知平面  $\pi_1: x + 2y - z - 2 = 0$  和平面  $\pi_2: 2x + y + z - 19 = 0$ , 求这两个平面的夹角  $\theta$ .

12. 设函数  $z = \ln \sqrt{x^2 + y^2}$ , 求  $\frac{\partial z}{\partial y}$ .

13. 设函数  $z = x \sin(x - 2y)$ , 求全微分  $dz$ .

14. 设方程  $x^2 = z^2$  确定函数  $z = z(x, y)$ , 求  $\frac{\partial z}{\partial x}$ .

15. 设函数  $f(x, y, z) = x^3y + y^3z + xz^3$ , 求  $\text{grad } f(1, 1, -1)$ .

16. 计算二重积分  $\iint_D (1 - 2x) dx dy$ , 其中积分区域  $D$  是由  $y = 1 - x^2$  和  $x$  轴所围成的区域.

17. 计算对弧长的曲线积分  $\int_C \sqrt{1 + 4x^2} ds$ , 其中  $C$  是  $y = x^2 (0 \leq x \leq 1)$  一段弧.

18. 计算对坐标的曲线积分  $\int_C (6xy^2 - y^3) dx + (6x^2y - 3xy^2 + 1) dy$ , 其中  $C$  是由  $(0, 0)$  到  $(1, 1)$  的直线段.

19. 求微分方程  $\frac{dy}{dx} = \frac{x}{y}$  满足初始条件  $y(0) = 1$  的特解.

20. 求微分方程  $y'' - y = 0$  的通解.

21. 判断无穷级数  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n}{2^n}$  的敛散性.

22. 求幂级数  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{x^n}{n}$  的和函数.

四、综合题: 本大题共 3 小题, 每小题 5 分, 共 15 分。

23. 求函数  $f(x, y) = x^2 + 2xy - y^2 - 2x + 6y - 8$  的极值.

24. 求曲面  $x^2 + 2y^2 - z^2 = 2$  在点  $P_0(1, -1, 1)$  处的法线方程.

25. 用定义证明无穷级数  $\sum_{n=1}^{\infty} (\sqrt{n+1} - \sqrt{n})$  发散.